

# **Diseño de cuchara para Microturbina Pelton**



**CEPEDA LAUTARO**

**PROYECTO INTEGRADOR PROFESIONAL**

Presentado a la Facultad de Ingeniería de la Universidad Nacional  
del Comahue como requisito para la obtención del grado de

**INGENIERO MECÁNICO**

Neuquén - Argentina

AÑO 2024

# **Diseño de cuchara para Microturbina Pelton**

**CEPEDA LAUTARO**

Director: **MARCHEGANI, ARIEL R.**

Co-Director: **AUDISIO, ORLANDO A.**

Presentado a la Facultad de Ingeniería de la Universidad Nacional del Comahue

como requisito para la obtención del grado de

**INGENIERO MECÁNICO**

Neuquén - Argentina

AÑO 2024

# Diseño de cuchara para Microturbina Pelton

**CEPEDA LAUTARO**

Aprobado en fecha 03 de Mayo de 2023

Tribunal evaluador:

- Ing. KEIL Germán Guillermo
- Ing. PRADO Ricardo A.
- Ing. STEIMBREGGER Ceferino
- Ing. BOCCANERA Daniel

## **AGRADECIMIENTOS**

A aquellos que un día comenzaron siendo mis compañeros y que con el tiempo se convirtieron en amigos de eternos días de estudio, de viajes inolvidables y hoy en día, colegas.

También agradecer a la Universidad Nacional del Comahue por formar a tantas generaciones de estudiantes.

# Diseño de cuchara para Microturbina Pelton

Autor: CEPEDA LAUTARO

Director: MARCHEGIANI ARIEL R.

Co-Director: AUDISIO ORLANDO A.

## Resumen

En el presente proyecto integrador profesional se realizó el diseño de un álabe de microturbina Pelton. Se diseñaron dos modelos tentativos del álabe en función de la bibliografía disponible y se seleccionó el modelo de mejor rendimiento a partir de simulaciones fluidodinámicas realizadas con un software de elementos finitos. Estas simulaciones se contrastaron con lo que predice la teoría unidimensional de las máquinas hidráulicas.

Se realizó la investigación y selección del material más adecuado para este tipo de turbinas, poniendo foco en materiales que presenten valores altos de dureza y buena resistencia a la oxidación. Se determinó el mejor método de fabricación a partir de las propiedades mecánicas del material seleccionado y en función de las ventajas que ofrecía cada uno de los métodos de fabricación investigados.

Una vez seleccionado el modelo y el material del álabe, se realizó la verificación estructural del mismo. Para ello, se realizaron simulaciones fluidodinámicas donde se simuló el pasaje del jet de agua sobre el álabe y estos resultados se utilizaron para verificar estructuralmente el álabe.

Se analizaron distintas condiciones de uso de la turbina. Se estudió la turbina detenida y en movimiento, con los pernos de sujeción con precarga y sin ella. Todas estas condiciones fueron contrastadas con lo que predice la teoría de la mecánica del continuo. Finalmente se estudió la resistencia del álabe a la fatiga.

*Palabras clave:* microturbina Pelton, álabe de turbina Pelton, aleaciones de cobre, aceros inoxidable, propiedades mecánicas, simulación fluidodinámica, simulación estructural, teoría unidimensional de las máquinas hidráulicas, teoría de la mecánica.

# Blade desing of Microturbine Pelton

Author: CEPEDA LAUTARO

Director: MARCHEGIANI ARIEL R.

Co-Director: AUDISIO ORLANDO A.

## Summary

In the present professional integrator project, the design of a Pelton microturbine blade was carried out. Two tentative blade models were designed based on the available literature and the best performing model was selected from fluid dynamic simulations performed with a software of finite elements. These simulations were contrasted with predictions considering the one-dimensional theory of hydraulic machines.

The research and selection of the most suitable material for this type of turbines were carried out, focusing on materials that present high hardness values and good resistance to oxidation. The best manufacturing method was determined based on the mechanical properties of the selected material and the advantages offered by each of the manufacturing methods investigated.

Once the model and the blade material were selected, the structural verification of the blade was carried out. To achieve this, fluid dynamic simulations were performed, considering the impact of the water jet against the blade. These results were used to structurally verify the blade with software.

Different operational conditions of use of the turbine were analyzed. A static and rotating turbine were studied, taking into account the clamping screws with and without preload. All of these conditions were contrasted with theoretical results of Mechanics. Finally, the fatigue resistance of the blade was analyzed.

*Keywords:* Pelton microturbine, Pelton turbine blade, copper alloys, stainless steels, mechanical properties, fluid dynamics simulation, structural simulation, one-dimensional theory of hydraulic machines, mechanical theory.

## ÍNDICE

1	Introducción.....	1
2	Objetivos.....	2
2.1	Objetivos generales.....	2
2.2	Objetivos particulares.....	2
3	Marco teórico.....	3
3.1	Contexto general.....	3
3.2	Máquinas de fluido.....	3
3.2.1	Clasificación de las máquinas de fluido.....	4
3.2.2	Clasificación de las turbinas hidráulicas.....	4
3.2.3	Campo de aplicación de las turbinas.....	6
3.3	Ecuación fundamental de las turbomáquinas o ecuación de Euler.....	7
3.4	Triángulos de velocidades en turbomáquinas.....	8
3.5	Turbinas Pelton.....	9
4	Desarrollo.....	12
4.1	Reseña sobre métodos de fabricación.....	12
4.2	Selección de materiales.....	13
4.2.1	Mercado nacional.....	13
4.2.2	Materiales.....	15
4.2.3	Costos.....	17
4.2.4	Acero inoxidable AISI 420 y su tratamiento térmico.....	18
4.2.5	Tratamiento térmico propuesto.....	23
4.3	Diseño hidráulico.....	23
4.3.1	Parámetros característicos.....	23
4.3.2	Triángulos de velocidades en turbinas Pelton.....	25
4.3.3	Fuerza y potencia en turbinas Pelton.....	27
4.3.4	Datos de diseño.....	30
4.3.5	Geometría de la cuchara.....	30
4.3.6	Primera aproximación del número mínimo de cucharas.....	32
4.3.7	Número mínimo de cucharas según Zhang.....	34
4.3.8	Inclinación de la cuchara.....	36
4.3.9	Diseño del pasaje del chorro.....	38
4.4	Simulaciones fluidodinámicas.....	40
4.4.1	Estudio del mallado.....	40
4.4.1.1	Modelo de estudio.....	40
4.4.1.2	Análisis de convergencia de resultados.....	41
4.4.2	Elección entre los dos modelos de cuchara propuestos.....	43
4.4.3	Comparativa con la teoría unidimensional.....	43
4.5	Análisis tensional.....	45

4.5.1	Cuchara estática .....	45
4.5.1.1	Dimensionamiento de los pernos.....	45
4.5.1.2	Simulación de la turbina estática con precarga en los pernos .....	51
4.5.1.3	Simulación de la turbina estática sin precarga en los pernos .....	56
4.5.2	Turbina en movimiento.....	61
4.5.2.1	Análisis con precarga .....	62
4.5.2.2	Análisis sin precarga.....	63
4.5.3	Simulación de la cuchara en movimiento y con precarga en los pernos .....	66
4.5.3.1	Mallado.....	66
4.5.3.2	Tensiones .....	67
4.5.3.3	Desplazamientos .....	68
4.5.3.4	Factores de seguridad de la cuchara.....	68
4.5.3.5	Factores de seguridad de los pernos.....	69
4.5.3.6	Conclusión.....	70
4.5.4	Simulación de la turbina en movimiento y sin precarga en los pernos.....	70
4.5.4.1	Tensiones .....	70
4.5.4.2	Desplazamientos .....	70
4.5.4.3	Factor de seguridad .....	71
4.5.4.4	Factores de seguridad de los pernos.....	72
4.5.5	Conclusión.....	73
4.6	Análisis de fatiga.....	73
4.6.1	Tensión media.....	79
4.6.2	Tensión alternativa .....	81
4.6.3	Factor de concentración de esfuerzos dinámico $k_f$ y $k_{fs}$ .....	83
4.6.4	Tensión reducida de Von Mises .....	84
4.6.5	Resultados de la simulación de fatiga.....	85
5	Conclusiones .....	87
6	Referencias .....	89
7	ANEXO I. Niveles de mallado para el análisis de convergencia.....	90
8	ANEXO II. Factor de tamaño .....	91
9	ANEXO III. Factor de superficie.....	92
10	ANEXO IV. Factor de temperatura.....	93
11	ANEXO V. Factor de confiabilidad .....	94
12	ANEXO VI. Concentración de esfuerzos teórico.....	95
13	ANEXO VII. Cálculo de la constante de Neuber .....	96
14	ANEXO VIII. Cuchara Rango Superior.....	98



## Índice de Figuras

Figura 1. Esquema de una micro central hidroeléctrica. (Schnitzer, 2009) .....	3
Figura 2. Resumen de la clasificación de las máquinas de fluido. ( $\rho$ : <b>Desidad</b> ) .....	4
Figura 3. Corte transversal de una Turbina Pelton. (Mataix, 1986) .....	5
Figura 4. Corte longitudinal de una Turbina Kaplan (izquierda) y una Turbina Francis (derecha). (Mataix, 1986) .....	6
Figura 5. Campo de aplicación de las turbinas hidráulicas. (Eisenring, 1991) .....	6
Figura 6. Corte meridional y transversal del rodete de una bomba centrífuga. (Mataix, 1986) .....	7
Figura 7. Triángulos de velocidad a la entrada del rodete. (Mataix, 1986) .....	9
Figura 8. Turbina Pelton (Mataix, 1986). .....	10
Figura 9. Turbina Pelton de dos inyectores. (Oberhasli Hydroelectric Power Company) .....	10
Figura 10. Rodete de turbina Pelton fabricada a partir de un único sólido. ....	10
Figura 11. Rodete con cucharas de un solo brazo y doble disco. ....	11
Figura 12. Sección de corte respecto de una barra maciza para dos cucharas. ....	17
Figura 13. Sección de corte respecto de una barra maciza para una cuchara. ....	18
Figura 14. Efecto de la temperatura de austenización sobre la dureza. Los especímenes fueron aceros inoxidables martensíticos forjados que contenían 0.15% max C. (ASM International, 1991) .....	19
Figura 15. Efecto de las variaciones de la temperatura de austenización sobre la dureza y la resistencia al impacto de los aceros inoxidables martensíticos forjados. Los especímenes son revenidos a 480 ° C (900 ° F) durante 4 h. Fuente: (ASM International, 1991) .....	20
Figura 16. Efecto de las variaciones en el tiempo de austenización sobre la dureza y resistencia al impacto de los aceros inoxidables martensíticos forjados. Los especímenes fueron revenidos a 480 ° C (900 ° F) durante 4 h. Fuente: (ASM International, 1991) .....	20
Figura 17. Efecto de la variación en la temperatura de revenido sobre la dureza y la resistencia al impacto de los aceros inoxidables martensíticos forjados. Fuente: (ASM International, 1991) .....	21
Figura 18. Efecto de las temperaturas de austenización y revenido sobre las propiedades mecánicas típicas del acero inoxidable martensítico tipo 420. Austenizado 30 min; templado en aceite a 65 a 95 ° C (150 a 200 ° F); doble alivio de tensiones a 175 ° C (350 ° F) durante 15 min, templado en agua y revenido por 2 hs; (a) Templado desde 925 ° C (1700 ° F). (b) Templado desde 1025 ° C (1875 ° F). .....	22
Figura 19. Definiciones de diámetros en turbinas Pelton. (Zhang, 2016). .....	25
Figura 20. Corte longitudinal del inyector y la cuchara sobre el eje del jet de agua. (Mataix, 1986). .....	25
Figura 21. Triángulos de velocidades. (Mataix, 1986) .....	26
Figura 22. Rendimiento hidráulico en función de la relación de velocidades $u/c1$ . .....	27
Figura 23. Volumen de control en movimiento de traslación y fuerza externa. (Zhang, 2016). .....	28
Figura 24. Geometría propuesta por Eisenring (Eisenring, 1991). .....	31
Figura 25. Dimensiones para el rango superior. ....	32
Figura 26. Dimensiones para el rango inferior. ....	32
Figura 27. Esquema para el cálculo del número mínimo de cucharas. ....	33
Figura 28. Cálculo del número mínimo de cucharas según Zhang. ....	35
Figura 29. Ángulo del primer contacto. ....	35
Figura 30. Porción de agua que recibe la cuchara. ....	36
Figura 31. Geometría para el pasaje del agua. ....	38
Figura 32. Dominio del modelo de estudio. ....	40
Figura 33. Definición de subdominios. ....	40
Figura 34. Presión promedio sobre las caras de la cuchara para los distintos niveles de mallado. ...	42
Figura 35. Componente de la fuerza media y. ....	42
Figura 36. Componente de la fuerza media z. ....	42
Figura 37. Dominio computacional analizado. ....	43
Figura 38. Superficies para el cálculo de los torques. ....	43
Figura 39. Vista superior. ....	44
Figura 40. Vista isométrica. ....	44
Figura 41. Vista derecha. ....	44
Figura 42. Vista izquierda. ....	44
Figura 43. Escala de velocidades. ....	45
Figura 44. Corte transversal de la Turbina y ubicación de las cucharas. ....	45
Figura 45. Fuerzas sobre la cuchara. ....	47

Figura 46. Centroide de área.....	47
Figura 47. Diagrama de cuerpo libre para trasladar las fuerzas al centroide.....	48
Figura 48. Fuerzas en el centroide y sobre los pernos.....	49
Figura 49. Restricciones colocadas para la simulación de tensiones.....	51
Figura 50. Mallado de los elementos.....	51
Figura 51. Detalles del mallado del disco.....	52
Figura 52. Malla fina para la cuchara que recibe el agua.....	52
Figura 53. Malla intermedia para las cucharas adyacentes.....	52
Figura 54. Control de malla para los agujeros.....	53
Figura 55. Tensiones en disco y cucharas.....	53
Figura 56. Tensiones en disco y cucharas.....	53
Figura 57. Desplazamientos máximos.....	54
Figura 58. Coeficiente de seguridad mínimo para las cucharas y el disco.....	54
Figura 59. Coeficiente de seguridad de los pernos.....	55
Figura 60. Factores de seguridad de los pernos.....	55
Figura 61. Tensiones con pernos sin la precarga y la turbina detenida.....	56
Figura 62. Tensiones con pernos sin la precarga y la turbina detenida.....	57
Figura 63. Desplazamientos con pernos sin precarga y a turbina detenida.....	57
Figura 64. Factor de seguridad con turbina detenida y pernos sin precarga.....	58
Figura 65. Coeficientes de seguridad calculados para turbina detenida y sin precarga en los pernos.....	58
Figura 66. Cargas en pernos para turbina detenida y sin precarga en los pernos.....	59
Figura 67. Fuerzas puntuales aplicadas sobre la cuchara.....	60
Figura 68. Cargas de corte obtenidas a partir de la simulación con cargas puntuales.....	60
Figura 69. Centro de masa de la porción de agua que recibe la cuchara.....	61
Figura 70. Posición para la simulación fluidodinámica y la simulación de tensiones.....	61
Figura 71. Centro de masa de la cuchara. La Línea verde es el radio que pasa por el centro de masa.....	62
Figura 72. Ubicación del centro de masa y la fuerza del agua respecto del centroide de los agujeros.....	63
Figura 73. Fuerzas en el centroide y en los agujeros.....	64
Figura 74. Mallado del disco y la cuchara.....	66
Figura 75. Detalle del mallado del disco.....	67
Figura 76. Detalle del refinamiento de la malla para la cuchara.....	67
Figura 77. Detalle del refinamiento de la malla en la zona de los orificios de la cuchara.....	67
Figura 78. Tensiones en el disco y la cuchara. Turbina en movimiento.....	68
Figura 79. Desplazamiento de la cuchara. Turbina en movimiento.....	68
Figura 80. Factor de seguridad de disco y cuchara. Turbina en movimiento.....	69
Figura 81. Verificación de los pernos. Turbina en movimiento.....	69
Figura 82. Fuerzas calculadas para los pernos. Turbina en movimiento.....	70
Figura 83. Tensiones sobre la cuchara con pernos sin precarga y turbina en movimiento. Cuchara en posición vertical.....	70
Figura 84. Desplazamientos con pernos sin precarga y turbina en movimiento. Cuchara en posición vertical.....	71
Figura 85. Desplazamientos relativos entre elementos. Turbina en movimiento y pernos sin precarga.....	71
Figura 86. Factor de seguridad con pernos sin precarga y turbina en movimiento. Cuchara en posición vertical.....	72
Figura 87. Factores de seguridad en pernos.....	72
Figura 88. Fuerzas calculadas en cada perno.....	73
Figura 89. Geometría de las probetas ensayadas y propiedades mecánicas obtenidas luego del tratamiento térmico realizado a la probeta. (B. Zettl, 2007).....	74
Figura 90. “Gráfica de límites de resistencia a la fatiga contra resistencias a la tensión de resultados de ensayos reales de un gran número de hierros forjados y aceros aleados. Las relaciones de $S'e/Sut$ de 0.60, 0.50 y 0.40 se indican por líneas continuas y discontinuas. También, observe la línea discontinua horizontal de $Se = 105$ kpsi. Los puntos que se presentan y que tienen una resistencia a la tensión mayor que 210 kpsi presentan un límite medio de resistencia a la fatiga de $Se = 105$ kpsi y una desviación estándar de 13.5 kpsi. (Cotejada de datos compilados por H.J. Grover, S.A. Gordon y L.R. Jackson en Fatigue of Metals and Structures, Bureau of Naval	

Weapons Document NAVWEPS 00-25-534, 1960; y de Fatigue Design Handbook, SAE, 1968, p. 42.)” (Richard G. Budynas, 2008). .....	75
Figura 91. Diagrama S-N o curva de Whöler para AISI 420. La probeta fue calentada a 980°C por 1 hora al vacío, templada en aceite, revenida a 300°C por 2 horas para máxima resistencia y enfriada al aire. Fuente: (B. Zettl, 2007). .....	76
Figura 92. Diagrama de Goodman modificado. Fuente: (Richard G. Budynas, 2008). .....	77
Figura 93. Diagrama de Goodman modificado. ....	78
Figura 94. A-A es la sección del brazo para analizar. La misma es perpendicular al radio de la turbina. Cotas en milímetros.....	79
Figura 95. Sección A-A. Vista frontal. ....	80
Figura 96. Tensiones medias normales en la sección A-A. ....	80
Figura 97. Cono de fuerza de pretensado. ....	81
Figura 98. Distribución de tensiones normales alternativas.....	82
Figura 99. Distribución de tensiones normales por momento flector. ....	82
Figura 100. Diagrama de Goodman y componentes de Von Mises. La región segura está delimitada superiormente por la línea de Goodman y la línea de fluencia en primer ciclo.....	85
Figura 101. Caso de análisis para el cálculo de factor de seguridad. Fuente: (Norton, 2011).....	85
Figura 102. Design Point 1.....	90
Figura 103. Design Point 2.....	90
Figura 104. Design Point 3.....	90
Figura 105. Design Point 4.....	90
Figura 106. Design Point 5.....	90
Figura 107. Design Point 6.....	90
Figura 108. “Fórmulas de áreas sometidas al 95% de esfuerzo de varias secciones cargadas a la flexión”. (Norton, 2011) .....	91
Figura 109. Factor de superficie para fatiga. (Norton, 2011). ....	92
Figura 110. Factor de confiabilidad. Fuente: (Norton, 2011). ....	94
Figura 111. Factor geométrico de concentración de esfuerzos. ....	95
Figura 112. Constantes de Nueber para aceros. (Norton, 2011). ....	96
Figura 113. Interpolación lineal para la constante de Neuber. ....	96
Figura 114. Plano mecánico de la cuchara de Turbina Pelton. (a).....	98
Figura 115. Plano mecánico de la cuchara de Turbina Pelton. (a).....	99

## Índice de Tablas

Tabla 1. Resumen de propiedades mecánicas de materiales pre seleccionados.....	16
Tabla 2. Costos de materia prima acero inoxidable auténtico.....	17
Tabla 3. Costos materia prima acero inoxidable martensítico.....	18
Tabla 4. Dimensiones de las cucharas.....	32
Tabla 5. Cálculo del número mínimo de cucharas.....	34
Tabla 6. Ángulo del primer contacto del filo de la cuchara.....	36
Tabla 7. Número mínimo de cucharas.....	36
Tabla 8. Ángulo de giro para la cuchara.....	38
Tabla 9. Nuevos parámetros de la turbina.....	38
Tabla 10. Ángulos del pasaje de agua.....	40
Tabla 11. Niveles de refinamiento de la malla y numero de celdas.....	41
Tabla 12. Comparación entre ambos modelos.....	43
Tabla 13. Fricción generada por el pretensado del perno.....	46
Tabla 14. Corte primario y secundario sobre los pernos.....	49
Tabla 15. Resultante de la fuerza de corte en cada perno.....	49
Tabla 16. Coeficiente de seguridad al corte para los pernos sin precarga.....	50
Tabla 17. Tensiones y coeficiente de seguridad para el aplastamiento de los pernos y los brazos....	50
Tabla 18. Comparativa de fuerzas de cortes teóricas y fuerzas simuladas sobre los pernos. Turbina detenida y pernos sin precarga.....	59
Tabla 19. Comparación de simulaciones de cargas puntuales respecto de las cargas teóricas.....	60
Tabla 20. Resultados de simulación fluidodinámica para la turbina en movimiento.....	62
Tabla 21. Composición de fuerzas con la turbina en movimiento.....	63
Tabla 22. Corte primario y Corte secundario.....	65
Tabla 23. Resultante de las fuerzas de corte sobre los agujeros.....	65
Tabla 24. Tensiones de corte, aplastamiento y coef. de seguridad.....	65
Tabla 25. Comparativa de fuerzas calculadas. Turbina en movimiento y pernos sin precarga.....	73

## **1 INTRODUCCIÓN**

El presente PIP presenta el diseño de un álabe de microturbina Pelton para la generación de pequeñas cantidades de energía eléctrica. Este tipo de turbinas surgieron para cubrir la demanda de zonas rurales en regiones montañosas que se encuentran aisladas de la red eléctrica, y que cuentan con cursos de agua que atraviesan grandes desniveles geodésicos.

## **2 OBJETIVOS**

### **2.1 OBJETIVOS GENERALES**

- 1- Diseño hidráulico y mecánico de la cuchara. Investigación de proveedores de materiales disponibles en el mercado local y de potenciales fabricantes.
- 2- Verificación del diseño hidráulico mediante simulaciones fluidodinámicas.
- 3- Verificación del diseño mecánico mediante simulaciones estáticas y dinámicas.

### **2.2 OBJETIVOS PARTICULARES**

- 1- Selección del material.
- 2- Reseña del proceso de fabricación.
- 3- Creación de 2 modelos de cuchara en función de la bibliografía.
- 4- Simulación fluidodinámica y selección de uno de los dos modelos.
- 5- Análisis de las sujeciones.
- 6- Análisis tensional del álabe.
- 7- Simulaciones de tensiones estáticas y dinámicas.

### 3 MARCO TEÓRICO

#### 3.1 CONTEXTO GENERAL

La creciente demanda de energía eléctrica en las últimas décadas y la necesidad de incrementar el uso de energías limpias ha impulsado el desarrollo de nuevas tecnologías como la energía solar y la energía eólica. Sin embargo, las viejas tecnologías como las turbinas hidráulicas continúan teniendo protagonismo en el mundo de las energías renovables, sobre todo en zonas cordilleranas donde los grandes saltos de agua disponibles resultan ser muy interesantes para su explotación y donde la implementación de las restantes energías renovables es más dificultosa o menos eficiente.

En este contexto es que las microturbinas Pelton encuentran aplicación en aquellos lugares aislados de la red eléctrica, donde no se requieren grandes cantidades de energía y existen pequeños cursos de agua con grandes saltos aprovechables.

Típicamente las microturbinas Pelton son capaces de generar hasta 100 KW de potencia con saltos brutos de hasta 300 m de altura y se caracterizan por presentar una construcción relativamente sencilla donde no se interviene en exceso las áreas naturales. Normalmente, al curso de agua natural se le practica una derivación del cauce que es conducido hasta una pequeña represa o dique de contención ubicado en lo alto de la montaña. La idea detrás del dique es facilitar el reposo del agua para lograr el precipitado de todos los sólidos que son arrastrados por la corriente. A partir del dique se conduce el agua montaña abajo hasta la sala de máquinas mediante una cañería. La sala de máquinas sirve de protección para la maquinaria y allí se encuentra la turbina, el generador eléctrico y demás elementos que requieren de protección de las inclemencias ambientales. A su vez, la turbina en sí, se encuentra cubierta por una carcasa metálica por cuestiones de seguridad y para evitar salpicar al resto de los elementos de la sala de máquinas. A continuación, se muestra la distribución de una micro central hidroeléctrica típica, ver Figura 1. Se puede apreciar la derivación de una parte del cauce de agua, el dique, la conducción del agua montaña abajo, la sala de máquinas y, por último, el retorno del agua al cauce principal.

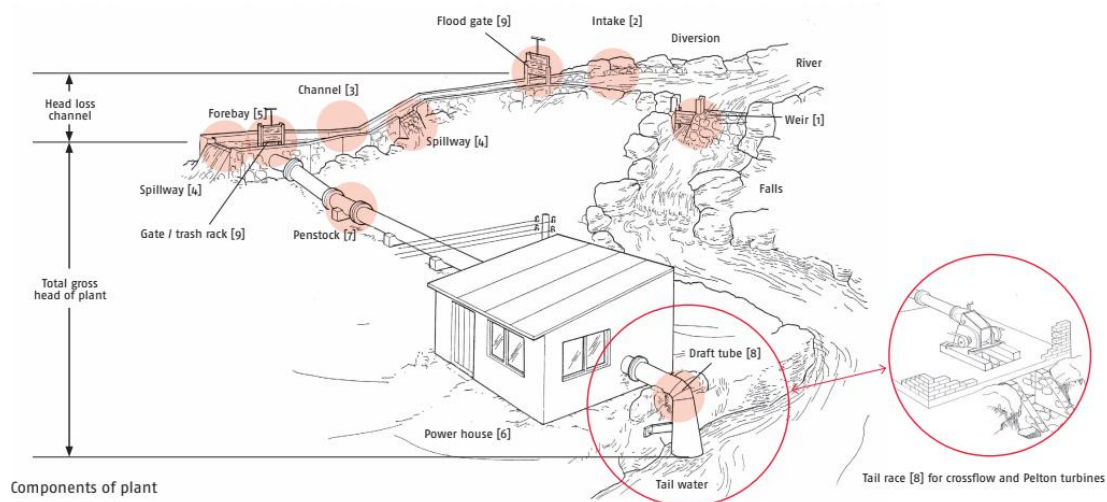


Figura 1. Esquema de una micro central hidroeléctrica. (Schnitzer, 2009)

#### 3.2 MÁQUINAS DE FLUIDO

Tradicionalmente se define a las máquinas de fluido como aquellas máquinas en las que el fluido o bien suministra energía a la máquina o absorbe energía de la máquina.

### 3.2.1 Clasificación de las máquinas de fluido

Las máquinas de fluido pueden clasificarse según distintos criterios. Los criterios más generales son los siguientes:

1. Compresibilidad del fluido: Según la compresibilidad del fluido, las máquinas de fluido se pueden clasificar en máquinas térmicas o en máquinas hidráulicas. La diferencia entre ambas radica en la variación de densidad que experimenta el fluido en su paso por la máquina. En las turbomáquinas térmicas el fluido experimenta cambios de densidad ( $\rho$ ), mientras que, en las turbomáquinas hidráulicas, no.
2. Principio de funcionamiento: Según el principio de funcionamiento, las máquinas de fluido pueden clasificarse en máquinas de desplazamiento positivo o en turbomáquinas. Las máquinas de desplazamiento positivo o también conocidas como máquinas volumétricas, son aquellas en las que el órgano intercambiador de energía, entrega energía al fluido o la toma de él mediante el intercambio de presión generado por variaciones de volumen. A esta clasificación pertenecen las máquinas alternativas o de émbolo, compresores, máquinas de vapor, motores de gas, motores de explosión, cilindros hidráulicos y neumáticos, bomba de membrana, entre otras. Por otro lado, las turbomáquinas realizan el intercambio de energía a través de cambios en la dirección y el valor absoluto de las velocidades del fluido al atravesar un órgano giratorio llamado rodete.
3. Sentido de transmisión de la energía: Según el sentido de transmisión de energía, las turbomáquinas hidráulicas se pueden dividir en generadoras y en motoras dependiendo de si absorben o ceden energía del fluido. Se trata de máquinas motoras si la máquina toma energía del fluido y de máquinas generadoras si la máquina cede energía al fluido.

La clasificación general se puede resumir como sigue,

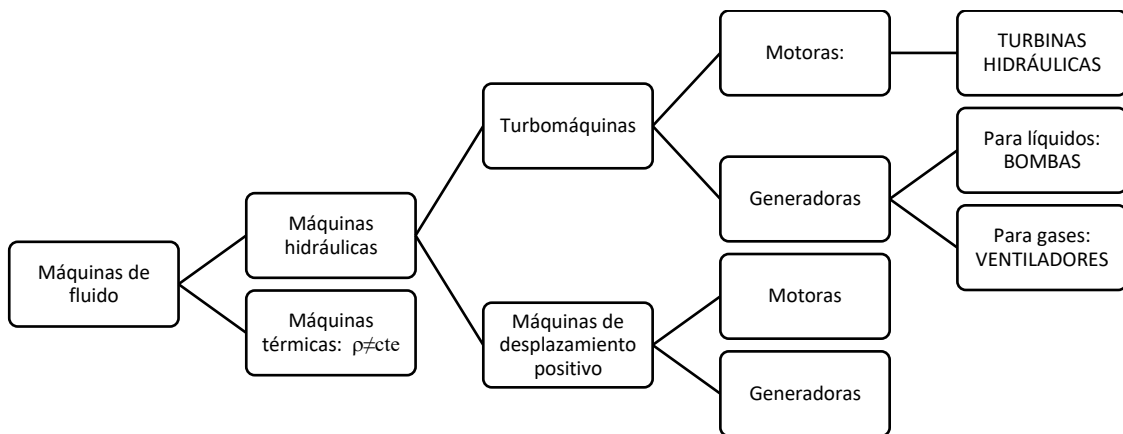


Figura 2. Resumen de la clasificación de las máquinas de fluido. ( $\rho$ : Densidad)

### 3.2.2 Clasificación de las turbinas hidráulicas

Las turbinas hidráulicas pueden clasificarse en dos grandes grupos: turbinas de acción y las turbinas de reacción. La diferencia entre ellas está determinada por el grado de reacción de la turbina.

El grado de reacción se define como el cociente entre la altura de presión y la altura total (altura de Euler) que absorbe la turbina. De esta manera, las turbinas con grado de reacción igual a cero, son las turbinas de acción; y las turbinas con un grado de reacción distinto de cero, son turbinas de reacción. Esto significa que, en una turbina con grado de reacción igual a cero, el intercambio de energía en el rodete se debe únicamente al intercambio de energía cinética a presión atmosférica. Mientras que las turbinas con grado de reacción distinto de



cero, el intercambio de energía en el rodete se debe a una parte de energía cinética y una parte de energía de presión. El porcentaje de energía intercambiada en la turbina lo indica el grado de reacción. La altura total o altura de Euler, es igual a la suma de la energía cinética y la energía de presión.

Las turbinas Francis y las turbinas Kaplan forman parte de las turbinas de reacción, y las turbinas Pelton forman parte de las turbinas de acción.

Existen diferencias constructivas entre las turbinas de acción y las de reacción. Por ejemplo, las turbinas Pelton, también llamadas turbinas de chorro libre, cuentan con un inyector que incide en la periferia del rodete y, además, carecen de tubo de aspiración como sí tienen las turbinas a reacción. A continuación, se muestra una turbina Pelton típica. En la Figura 3 se muestran los componentes principales: la tubería forzada, la válvula de admisión, todo el sistema de regulación de potencia, el deflector, el inyector y el rodete.

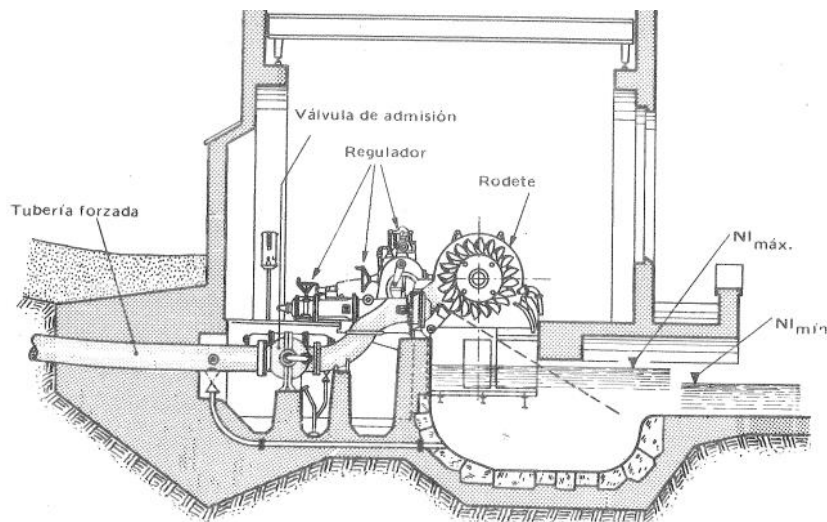


Figura 3. Corte transversal de una Turbina Pelton. (Mataix, 1986)

Por otro lado, las turbinas de reacción en lugar de tener un inyector, que dirige el chorro hacia una región limitada del rodete (admisión parcial, en dirección tangencial al rodete), poseen un distribuidor que distribuye el agua por toda la periferia del rodete (admisión total). A continuación, se muestra un corte longitudinal de una turbina Francis y una turbina Kaplan. Las turbinas Francis y Kaplan también poseen una tubería forzada e incorporan el tubo de aspiración que ayuda a incrementar el salto neto de la turbina y a conducir el agua hacia la salida de la presa.

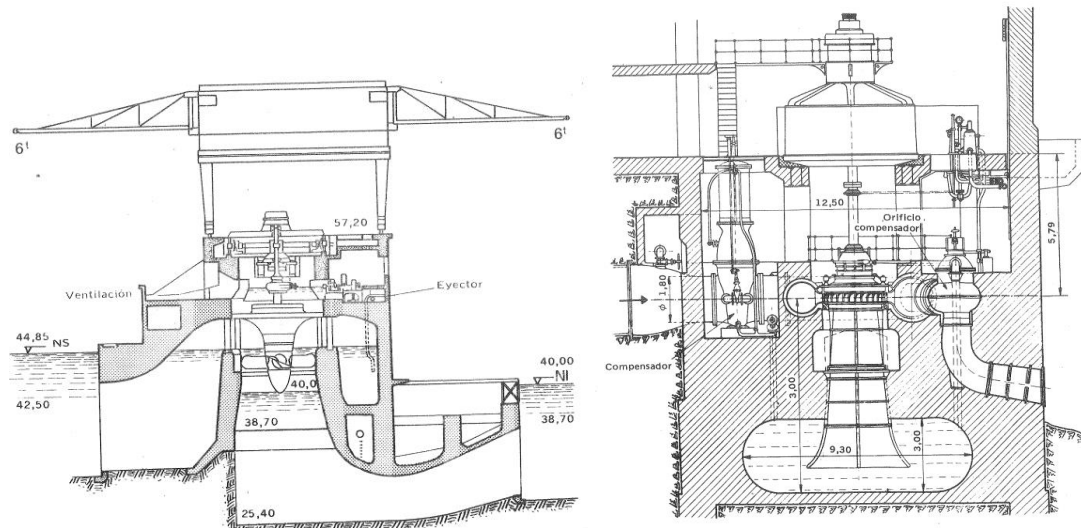


Figura 4. Corte longitudinal de una Turbina Kaplan (izquierda) y una Turbina Francis (derecha). (Mataix, 1986)

Otra diferencia entre ambos tipos de turbina es que en las turbinas Pelton el rodete se mueve rodeado de aire excepto de la zona donde los álabes están en contacto con el agua. Además, una vez que el agua pasa por la cuchara cae a la parte inferior. Mientras que en las turbinas de reacción el rodete trabaja totalmente sumergido en el agua y su salida es conducida por el tubo de aspiración.

### 3.2.3 Campo de aplicación de las turbinas

Cada tipo de turbina tiene un campo de aplicación dónde logran su mejor desempeño y se adaptan mejor a cierta combinación de altura (H) y caudal (Q). Así es como las turbinas Pelton se utilizan con grandes saltos netos y caudales bajos, las turbinas Francis con caudales y alturas medias y las turbinas Kaplan con pequeños saltos y grandes caudales. A continuación, se muestra un gráfico típico del campo de aplicación de cada turbina.

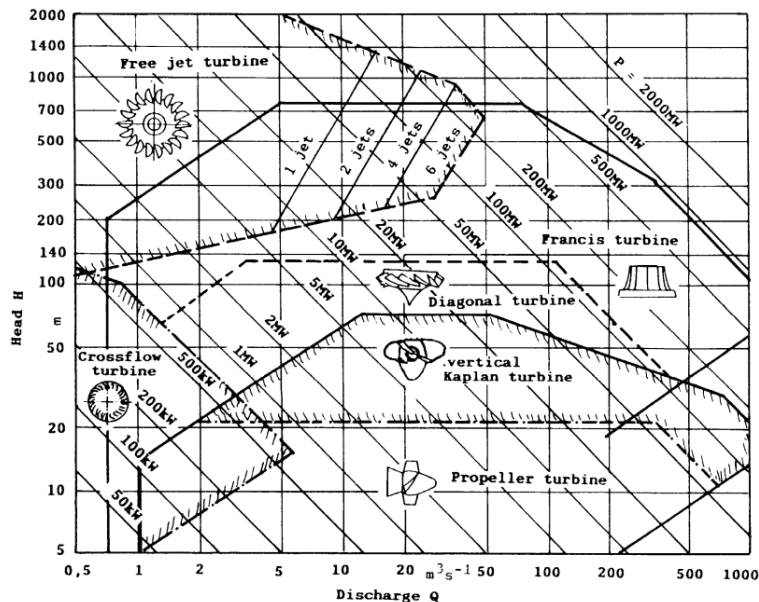


Figura 5. Campo de aplicación de las turbinas hidráulicas. (Eisenring, 1991)

En la actualidad la turbina Francis es la turbina hidráulica de instalación más frecuente porque cubre la gama de alturas neta y potencias más usuales.

### 3.3 ECUACIÓN FUNDAMENTAL DE LAS TURBOMÁQUINAS O ECUACIÓN DE EULER

La ecuación de Euler es la ecuación fundamental para el estudio de las turbomáquinas tanto hidráulicas como térmicas. Esta ecuación expresa la energía intercambiada en el rodete de todas estas máquinas. Para deducirla se utilizará un corte transversal y meridional del rodete de una bomba centrífuga, como se muestra en la Figura 6. La ecuación de Euler es aplicable tanto para turbomáquinas generadoras como motoras, solo se deben intercambiar los términos según el tipo de turbomáquina.

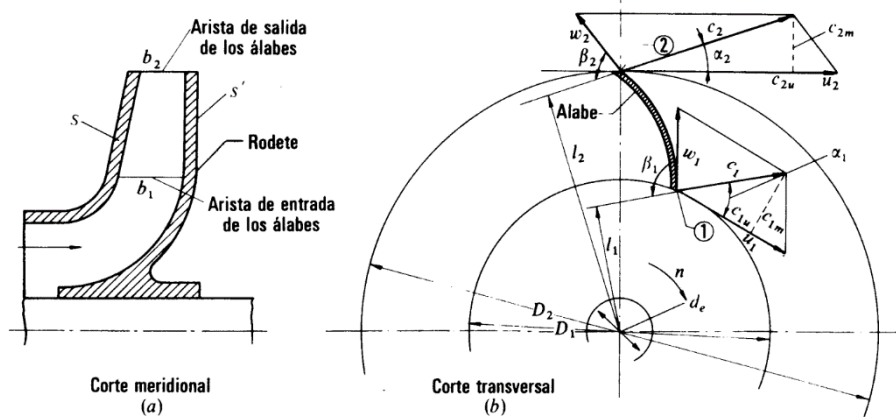


Figura 6. Corte meridional y transversal del rodete de una bomba centrífuga. (Mataix, 1986)

Para la deducción se supondrá que la bomba funciona en régimen permanente y que al girar genera una depresión en el eje del rodete haciendo que el fluido penetre en el interior de la bomba. El ingreso del fluido tiene lugar por el eje del rotor y la salida ocurre en toda la periferia del mismo.

El rodete de la bomba es accionado por un motor que gira a una velocidad constante  $n$  (rpm). Con lo cual, la velocidad periférica al ingreso del álabe es  $u_1 = nD_1\pi/60$ . Si  $c_1$  es la velocidad absoluta de una partícula a la entrada del álabe, entonces la velocidad relativa a la entrada está determinada por la ecuación vectorial de movimiento relativo  $\vec{w}_1 = \vec{c}_1 - \vec{u}_1$ . También se supone que el álabe es tangente a la velocidad relativa, es decir, que la partícula ingresa sin choque al álabe. Esto quiere decir que la partícula es guiada por el álabe y sale del rodete con la velocidad relativa a la salida igual a  $\vec{w}_2 = \vec{c}_2 - \vec{u}_2$ . De esta manera, la partícula ha sufrido en su paso por el rodete un cambio de velocidad de  $\vec{c}_1$  a  $\vec{c}_2$ . Del teorema de la cantidad de movimiento aplicada a una línea de corriente se obtiene que la fuerza es igual a,

$$d\vec{F} = dQ\rho(\vec{c}_2 - \vec{c}_1) \quad (1)$$

Tomando momentos con relación al eje se obtiene,

$$dM = dQ\rho(l_2c_2 - l_1c_1) \quad (2)$$

Que es el teorema del momento cinético.

Donde:

- $dM$ : Es diferencial de momento resultante respecto del eje de la máquina que el rodete ha ejercido sobre cada una de las partículas que integran el filamento de corriente.
- $dQ$ : Es el diferencial de caudal del filamento.
- $l_1, l_2$ : Son las distancias a los vectores  $\vec{c}_1$  y  $\vec{c}_2$ .

- $\rho$ , es la densidad.

Si se supone que todas las partículas de fluido que entran al rodete en el diámetro  $D_1$  lo hacen a la velocidad  $\vec{c}_1$  y salen el diámetro  $D_2$  con una velocidad  $\vec{c}_2$ , se puede suponer que todos los filamentos sufren la misma desviación, lo que implica que el número de álabes es infinito para que guíe perfectamente el fluido. Aplicando esta hipótesis llamada teoría unidimensional, o teoría del número infinito de álabes, es posible integrar la ecuación anterior y obtener finalmente que,

$$M = Q\rho(l_2c_2 - l_1c_1) \quad (3)$$

Los brazos de palanca al ingreso y la salida del rodete se los pueden escribir como,  $l_1 = r_1\cos(\alpha_1)$  y  $l_2 = r_2\cos(\alpha_2)$ , donde  $r_1$  y  $r_2$  son los radios al ingreso y la salida del álabe respectivamente. Además, si se multiplica al momento anterior por la velocidad angular  $\omega$ , se obtiene que la potencia comunicada al fluido,

$$P = M\omega = Q\rho(r_2\cos(\alpha_2)c_2 - r_1\cos(\alpha_1)c_1) \quad (4)$$

Si se define el flujo másico como  $\dot{m} = Q\rho$ , es posible escribir la potencia como el flujo másico por la energía específica,

$$P(W) = \dot{m} \left[ \frac{kg}{s} \right] Y_u \left[ \frac{J}{kg} \right] = \dot{m} \left[ \frac{kg}{s} \right] H_u [m] g \left[ \frac{m}{s^2} \right] \quad (5)$$

Donde  $H_u$  es la energía intercambiada en el rodete o altura de Euler. Si se reemplaza la potencia se obtiene que,

$$Q\rho(r_2\cos(\alpha_2)c_2 - r_1\cos(\alpha_1)c_1) = \dot{m}gH_u \quad (6)$$

$$r_2\cos(\alpha_2)c_2 - r_1\cos(\alpha_1)c_1 = gH_u \quad (7)$$

Pero,

$$r_1\omega = u_1 \text{ y } r_2\omega = u_2 \quad (8)$$

$$\cos(\alpha_1)c_1 = c_{1u} \text{ y } \cos(\alpha_2)c_2 = c_{2u} \quad (9)$$

Reemplazando se obtiene,

$$H_u = \frac{u_2c_{2u} - u_1c_{1u}}{g} \quad (10)$$

Que es la ecuación de Euler para las turbomáquinas generadoras: bombas y ventiladores. La misma ecuación, pero intercambiando el sentido de flujo y, por ende, los términos del numerador, es la ecuación de Euler para las turbomáquinas motoras: turbinas Francis, Pelton y Kaplan.

### 3.4 TRIÁNGULOS DE VELOCIDADES EN TURBOMÁQUINAS

Las ecuaciones del movimiento relativo a la entrada y salida de cualquier rodete se pueden representar mediante dos triángulos llamados triángulo de entrada y triángulo de salida. Estos triángulos se muestran a continuación y se aplican a todas las turbomáquinas hidráulicas,

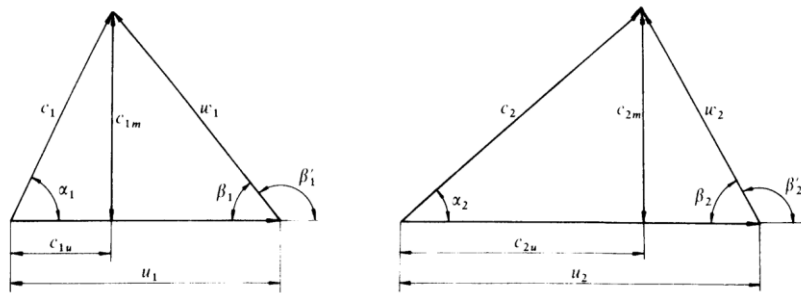


Figura 7. Triángulos de velocidad a la entrada del rodete. (Mataix, 1986)

Según la anotación internacional estos triángulos se representan con las siguientes velocidades:

- $u_1$  Velocidad periférica a la entrada.
- $c_1$  Velocidad absoluta del fluido a la entrada.
- $w_1$  Velocidad relativa a la entrada (del fluido con respecto al álabe).
- $c_{1m}$  Componente meridional de la velocidad absoluta del fluido a la entrada.
- $c_{1u}$  Componente periférica de la velocidad absoluta del fluido a la entrada.
- $\alpha_1$  Ángulo que forman las dos velocidades  $c_1$  y  $u_1$ .
- $\beta_1$  Ángulo que forma  $w_1$  con  $-u_1$ .

Y lo mismo en el triángulo de salida, sustituyendo el subíndice 1 por el 2.

### 3.5 TURBINAS PELTON

Como ya se adelantó, las turbinas Pelton son turbinas de acción cuyo funcionamiento se debe al impacto repetido del agua con las cucharas del rodete. En la Figura 8 se muestra una turbina Pelton con más detalles que permiten comprender mejor su funcionamiento.

Se observa que el agua ingresa por E a través de la tubería forzada, pasando por un codo que permite el alojamiento del sistema de regulación de la turbina. Existen fabricantes cuyos diseños de la entrada permite prescindir del codo y aloja el sistema de regulación dentro de la tubería de admisión.

Las turbinas Pelton normalmente tienen doble regulación, llevada a cabo por un inyector y una pantalla deflectora (8). La función del inyector es mantener la velocidad de rotación constante para generar corriente eléctrica de frecuencia constante apta para su distribución. La pantalla deflectora tiene dos funciones. La primera es desviar el jet de agua en caso de una caída brusca de la carga, evitando el embalamiento de la turbina; y la segunda, es darle tiempo suficiente al sistema de regulación de cerrar la válvula de la admisión evitando el golpe de ariete. Se debe mencionar que las tuberías forzadas suelen ser de gran longitud, con lo cual existe riesgo de la aparición grandes ondas de presión si se producen cambios repentinos en la velocidad del agua dentro de la cañería.

La pantalla deflectora se complementa con un freno por chorro de agua (12) que tiene como función contrarrestar la aceleración del rodete en el momento que cae la carga. El freno de chorro no es más que otro inyector, de menor tamaño que el principal, que apunta contra el dorso de las cucharas generando un momento que desacelera el rodete.

El sistema de regulación en sí mismo está comprendido por un servomotor (5), un regulador (6), una válvula aguja (4) y el inyector (2). El procedimiento de regulación de la turbina es sencillo y consiste básicamente en desplazar la válvula aguja axialmente mediante el servomotor. El movimiento de la aguja cambia el área de paso y por ende el caudal, logrando la regulación de potencia.

En la tobera del inyector (3), el agua se acelera transformando prácticamente toda la altura neta de la turbina en altura cinética del chorro de agua, salvo las pérdidas en el inyector mismo. El chorro de agua (9) finalmente alcanza las cucharas (11) dejando en ellas la mayor parte de su energía y generando el movimiento del rodete (10). Una vez que el agua pasa por la cuchara, cae libremente hacia la parte inferior de la turbina (13) y escurre fuera de la misma atravesando un rompedor de energía (14) que evita la erosión de la infraestructura.

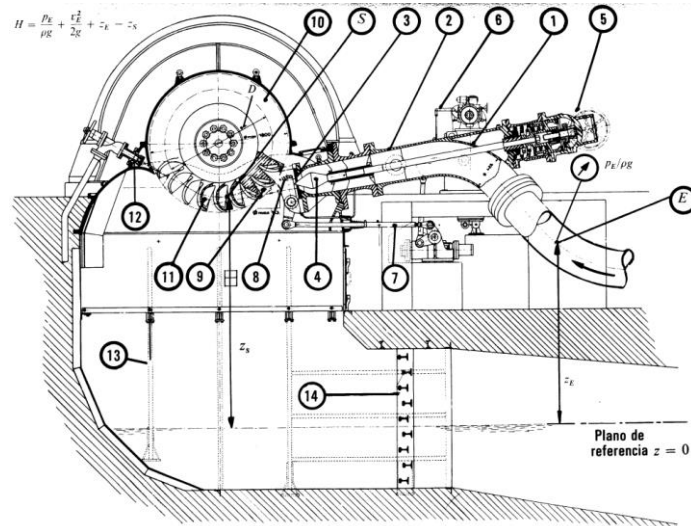


Figura 8. Turbina Pelton (Mataix, 1986).

La turbina Pelton de la Figura 8 es una turbina de un solo inyector, pero existen también turbinas de múltiples inyectores llamadas turbinas Pelton dobles, triples etc., de acuerdo al número de inyectores que tengan. En la Figura 9 se observa una turbina Pelton de dos inyectores. Normalmente, no se fabrican turbinas con más de 6 inyectores porque el sistema de regulación se vuelve muy voluminoso y de difícil alojamiento.

En la Figura 10 se muestra una fotografía del rodete de una turbina Pelton actual. La particularidad de este rodete es que está fabricado íntegramente a partir de un único sólido mediante el fresado CNC.

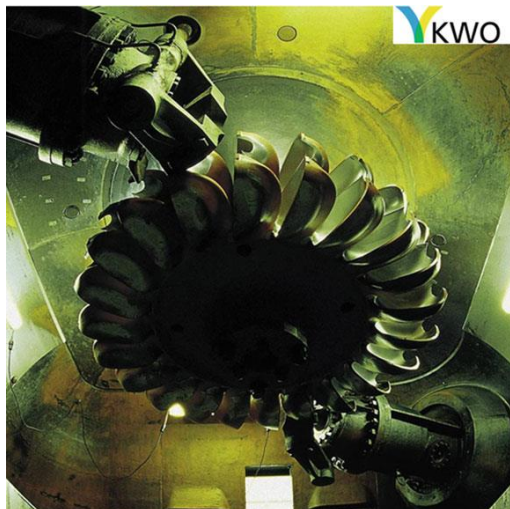


Figura 9. Turbina Pelton de dos inyectores. (Oberhasli Hydroelectric Power Company)

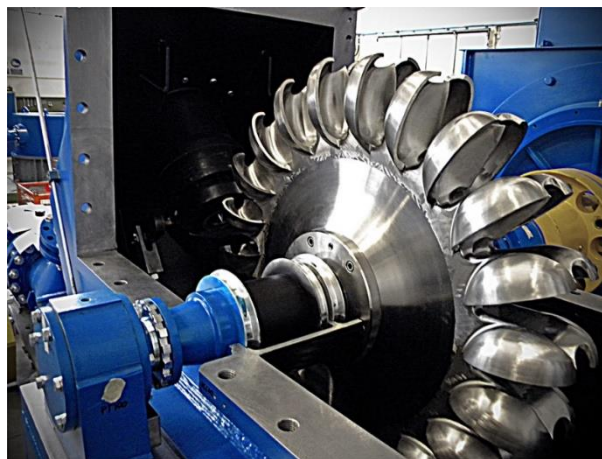
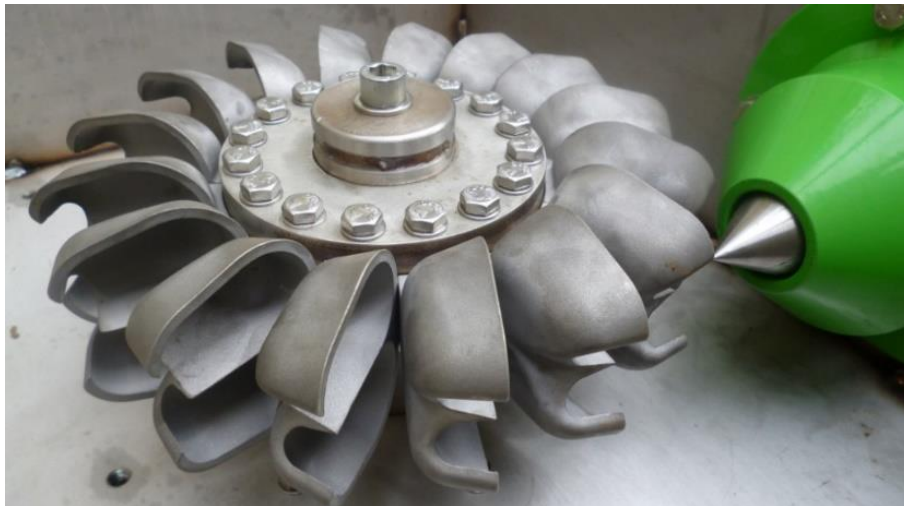


Figura 10. Rodete de turbina Pelton fabricada a partir de un único sólido.

Uno de los componentes principales de las turbinas Pelton es el álabe o cuchara. A lo largo de la historia de las turbinas Pelton los álabes han ido mejorando su rendimiento, pero en esencia no han cambiado en su forma básica (ver Figura 9 y Figura 10). Las cucharas están

formadas por dos semi elipsoides que comparten un borde o filo en común. Las cucharas se ubican en la periferia de un rodete macizo (disco) y el jet de agua impacta tangencialmente al mismo. El agua se divide exactamente en dos partes iguales por el filo de la cuchara y es desviada casi  $180^\circ$  entregando la mayor cantidad posible de energía al rodete. El jet de agua se divide en dos partes iguales para cancelar las fuerzas axiales sobre el eje del rodete. El número y la inclinación de las cucharas son parámetros importantes que se detallarán más adelante.

Existen distintas maneras de fabricar el rodete dependiendo de la potencia que generará la turbina. Para grandes potencias normalmente el rodete se maquina a partir de un solo bloque sólido de metal para obtener mayor resistencia y rigidez del conjunto. A medida que la potencia proyectada disminuye, las cucharas se pueden construir individualmente y se fijan al rodete mediante tuercas y pernos. La cuchara puede contar con uno o dos brazos y cada una tiene sus ventajas y desventajas. Las cucharas que cuentan con un solo brazo presentan una mejor distribución de las tensiones y una mejor evacuación el agua. Los moldes de estas cucharas son más sencillos de fabricar al contar con un solo brazo y además es más sencillo el vertido del metal líquido en el molde. La desventaja que tiene estas cucharas es que se requieren utilizar dos discos o diseñar alguna traba mecánica para fijar las cucharas al rodete (ver Figura 11), lo que incrementa el costo de fabricación. Las cucharas de dos brazos son de uso más extendido, requieren un solo disco para su sujeción y la fuerza de corte se distribuye más eficazmente.



*Figura 11. Rodete con cucharas de un solo brazo y doble disco.*

## 4 DESARROLLO

### 4.1 RESEÑA SOBRE MÉTODOS DE FABRICACIÓN

Actualmente, existen dos métodos para fabricar las cucharas de turbinas Pelton. Antiguamente, cuando se inventaron las turbinas Pelton, la tecnología disponible de ese entonces, solamente permitía fabricar las cucharas mediante la fundición. Este es un método de fabricación que se sigue usando actualmente y sobre todo para pequeñas turbinas, donde el costo de la fundición resulta ser muy competitivo respecto de los costos de las fresadoras CNC. Sin embargo, la fundición es una técnica de fabricación que requiere tener ciertas precauciones para lograr resultados aceptables. Por ejemplo, las piezas fundidas no deben presentar porosidad excesiva, porque al momento de recibir el jet de agua, éstas pueden romperse con facilidad. Recordar que los poros representan concentradores de tensiones que debilitan y comprometen la resistencia general de la pieza. También se debe procurar obtener superficies lo más lisas posibles para no perjudicar el rendimiento de la máquina. Para ello, es necesario contar un molde de la calidad adecuada. Un buen diseño del molde no solo evitará realizar grandes maquinados posteriores (pulido) para lograr una buena terminación superficial de la cuchara, sino que también, un buen molde debería evitar los rechupes de la fundición y debería asegurar el llenado de cada rincón del mismo. La terminación superficial de la cuchara es un factor muy importante porque determina gran parte del rendimiento de la misma.

Otros aspectos menores a tener en cuenta es que la cuchara no puede fundirse con los agujeros para los pernos, por lo tanto, se deben realizar los mismos luego de fundir la pieza. También se debe verificar que los brazos hayan quedado paralelos entre sí. Todos estos aspectos están asociados al método de fabricación de fundición y deben ser atendidos con cuidado.

Con el correr del tiempo, tanto los materiales como las técnicas de fabricación fueron evolucionando. La aparición de nuevas tecnologías como las fresas perfiladoras, al inicio, y las máquinas fresadoras de control numérico computarizado (CNC) más tarde, permitieron comenzar a fabricar las cucharas mediante la remoción de material a partir de un bloque macizo. En el mercado existen fabricantes que eligen maquinar el rodete completo a partir de un solo bloque de material, es decir, las cucharas y el disco como en la Figura 10. A través de diversas investigaciones se ha demostrado que fabricar la turbina de esta manera le brinda al conjunto una mayor resistencia mecánica y evita la utilización de elementos de sujeción (pernos). La desventaja de esta técnica es que el rodete completo queda inutilizable si alguna de las cucharas falla o si algunas de ellas sufren un desgaste desigual al resto. Por lo tanto, este método de fabricación puede justificarse en turbinas de gran tamaño donde la calidad del agua utilizada es muy superior que el agua de las micro centrales hidroeléctricas.

Las fresadoras CNC son máquinas en las que la trayectoria de corte se controla por datos numéricos y están adaptadas especialmente para el fresado de perfiles, fresado de cavidades y fresado de contornos de superficies. Son máquinas en las que se debe controlar simultáneamente dos o tres ejes de la mesa de trabajo. Se las encuentra en formato vertical, horizontal y universal, según sea la ubicación del eje de la fresa.

Las máquinas de dos o tres ejes tradicionales, requiere de un operario para cambiar tanto las fresas como la posición de la pieza para maquinar sus distintas caras. También existen fresadoras CNC de 4 y 5 ejes donde se agregan 1 o 2 ejes, respectivamente. Cuando la máquina fresadora cuenta con un cuarto eje, el mismo le permite rotar la pieza de trabajo en un plano paralelo a la herramienta de corte. Esto nos permitiría, por ejemplo, con una fresadora universal u horizontal, maquinar la cara posterior y anterior de la cuchara sin detener el proceso. Cuando la máquina fresadora tiene un quinto eje, este le permite rotar en un plano perpendicular a la herramienta de corte (además del cuarto eje que se mantiene). Dentro de las máquinas fresadoras de 5 ejes existen dos opciones, las fresadoras



CNC 3+2 y las fresadoras CNC de 5 ejes simultáneos. Las fresadoras 3+2 quiere decir que es una fresadora de 3 ejes convencional con la posibilidad de rotar sobre dos ejes adicionales, pero no al mismo tiempo en el que se desplaza por los 3 ejes ortogonales. Lo anterior sí lo permite la fresadora de 5 ejes simultáneos. Esta última máquina nos permitiría maquinar incluso el pasaje de agua de la parte inferior de la cuchara, que tiene un ángulo específico respecto del plano frontal que recibe el agua. De esta manera, una fresadora de 5 ejes prácticamente no requeriría intervención de un operario y solo sería necesario que el operario realice el amarre inicial del material. Luego la máquina automáticamente cambia la posición de la pieza para trabajar las distintas caras o lograr ángulos específicos con respecto a la herramienta de corte.

La gran ventaja que tiene este último método de fabricación es que los softwares de diseño actuales, permiten exportar el modelo 3D ya programado para ser maquinado. En cambio, con el método de fundición hay que realizar un estudio del tipo de molde a utilizar, tanto en su diseño como el material del propio molde. Cabe mencionar que el molde es el negativo del álabe y que, si se decide utilizar un molde metálico, este también debe maquinarse con fresadoras CNC de 4 o 5 ejes. Por otro lado, los moldes deben diseñarse con dimensiones tales que consideren la contracción del metal durante su solidificación, de manera que al final del proceso, la cuchara tenga las dimensiones correctas. También se debe pensar en la forma de vertido del metal fundido, para evitar rechupes durante su enfriamiento y lograr llenar todos los espacios del molde. Si bien son aspectos que las empresas que se dedican a la fundición se encargan de estudiar al momento de tomar el trabajo, se deben tener en cuenta a la hora de elegir el método de fabricación.

Para nuestro caso, el método de fabricación ideal sería una máquina fresadora CNC de 5 ejes porque sería capaz de trabajar la cara anterior, la cara posterior y el pasaje para el chorro de agua, todo sin detener el proceso y con todas las ventajas asociadas a los centros CNC.

## 4.2 SELECCIÓN DE MATERIALES

Al momento de seleccionar el material para la construcción de las cucharas se deben buscar materiales que sean resistentes al desgaste, a la corrosión y que tengan buenas propiedades mecánicas. Otros aspectos que deben tenerse en cuenta y que están relacionados a su método de fabricación son: su maquinabilidad, colabilidad y disponibilidad en el mercado. Dentro de la vasta variedad de materiales conocidos y comercializados en el mercado nacional, se encontrará que los materiales que cumplen con estas características son las aleaciones de cobre y aceros inoxidable.

### 4.2.1 Mercado nacional

En el mercado nacional existe proveedores y empresas que comercializan materiales en una interesante variedad de aleaciones y grados de resistencia. Algunas empresas comercializan materiales bajo normativas aptas para la fundición y otras, comercializan el material bajo normas que clasifican los materiales por su forma de suministro como ser, barras redondas/cuadradas y caños, entre otros, bajo normas ASTM, y que se adaptan mejor para el maquinado en CNC.

#### ***Fundición en aleaciones no ferrosas***

Empresas como Fundi Serber S.R.L. tiene una amplia trayectoria en el mercado dedicándose a la fabricación de piezas fundidas en metales no ferrosos. Entre sus productos ofrecen la fabricación de bujes, barras y planchuelas por colada continua, cojinetes de metal blanco en normas ASTM, DIN y SAE en bronce al aluminio y bronce al manganeso.

Otra empresa que trabaja con la misma clase de aleaciones es ARGENMETAL. Esta empresa se dedica a brindar soluciones técnicas para piezas con problemas de fricción, corrosión o abrasión con aleaciones de bronce al aluminio. Realizan desarrollos de moldes y matrices

para la fundición y no exigen una cantidad mínima de fabricación. Esto es un dato no menor porque muchas de las empresas dedicadas a la fundición solo toman trabajos que superan cierto kilaje o número de piezas.

### ***Fundición en aceros inoxidables***

La acería ITASA es una empresa líder del mercado nacional que provee servicios de fundición de piezas en una gran variedad de materiales como ser aceros inoxidables, aceros martensíticos, austeníticos, aceros dúplex, aceros superalloy, aceros al carbono para la fundición de piezas de hasta 4000 kilogramos. También brinda servicio de asistencia en el desarrollo de prototipos, pruebas de moldes y asistencia en el desarrollo de productos con impresión en 3D; como así también ofrece ensayos y test de calidad (líquidos penetrantes, partículas magnetizables, ultrasonido, ensayo de tracción, espectrometría, metalografía, videoscopía, durometría, ensayos de arena, simulación de tratamientos térmicos en laboratorio) y brinda asistencia al cliente mediante software de simulación de los procesos de llenado y solidificación de piezas fundidas. Se contactó a esta empresa y se ofrecieron a analizar la factibilidad del modelo para la fundición y a realizar un presupuesto. Lamentablemente, por diferentes cuestiones no se avanzó con las tratativas.

Megafund es otra empresa con vasta experiencia en fundiciones de piezas de aceros al carbono, inoxidables, hierros nodular y gris y aleaciones especiales. Tienen la capacidad para fabricar piezas desde 100 gr. hasta 7000 kg, de diferentes materiales y cubriendo necesidades de piezas unitarias como las de matricería, series pequeñas o volúmenes importantes.

Acería 4c al igual que las anteriores se dedica a la fabricación de piezas fundidas en Aceros inoxidables austeníticos AISI 304, 304L, 316, 316L, 310 y 317L; aceros inoxidables ferríticos AISI 430, 434, 436; aceros inoxidables martensíticos en los grados más comunes AISI 410 (CA15) y el AISI 420. Además, ofrece servicios espectrometría por chispa, ensayos de tracción, tratamientos térmicos, tintas penetrantes, partículas magnéticas y control granulométrico.

### ***Servicios metalúrgicos***

En cuanto a empresas que se dediquen al torneado o mecanizado de piezas, existe una gran cantidad de ellas en el mercado nacional. Debido a las superficies complejas que presenta la cuchara, solo un número reducido de ellas son capaces de maquinar este tipo de piezas. Como se mencionó en 4.1, el método de fabricación ideal sería una fresa CNC de 4 o 5 ejes y el número de empresas que disponen de este tipo de tecnologías es más reducido.

La empresa TICNC es una empresa dedicada al mecanizado de piezas para la industria de alimentos, petróleo y gas, aeronáutica, energía atómica, agroindustria y transporte. Cuenta con una importante trayectoria y entre los servicios que brinda ofrece se encuentra el mecanizado de piezas únicas y de producción. Dispone de tornos CNC y centro de mecanizado CNC de 4 ejes. Trabaja con software SolidWorks por lo tanto existe compatibilidad entre el modelo aquí diseñado y el método de trabajo de la empresa.

Metalúrgica Víctor es otra empresa dedicada al mecanizado en CNC y ofrece servicios muy similares a la empresa anterior. Dispone de centros de mecanizado CNC de 4 ejes y presenta amplia experiencia trabajando con aceros al carbono, aleados e inoxidables, para aluminios, bronce y latón, titanio entre otras aleaciones.

Otra empresa del rubro es TORMEC S.R.L. Esta empresa, además de realizar mecanizados de piezas en general, realiza rectificadas, electroerosión por hilo y penetración, cortes por agua y abrasivos, diseños 3D e ingeniería inversa. TORMEC SRL se diferencia de las otras en que cuenta con fresadoras de 5 ejes.

## 4.2.2 Materiales

### ***Aleaciones de cobre***

Existen muchas aleaciones de cobre, pero las que más se adaptan a la presente aplicación son los bronce al aluminio y los bronce al manganeso. El bronce al aluminio (C9S200-C95800) es una aleación que contienen entre el 3 y el 12% de aluminio. El aluminio fortalece al cobre y le imparte resistencia a la oxidación debido a la formación de una capa tenaz rica en aluminio. Hierro, silicio, níquel y manganeso son agregados a la aleación, individualmente o en combinación, para obtener mayor resistencia mecánica y a la corrosión en medios específicos. Los bronce al aluminio son conocidos por su resistencia a la corrosión y oxidación combinadas con buenas propiedades mecánicas. Se fabrican y sueldan fácilmente y presentan una excepcionalmente alta resistencia a la corrosión en agua de mar. Por ejemplo, la aleación de bronce níquel-aluminio C95500, está siendo usada ampliamente para la fabricación de las hélices de motores marinos y otros componentes para su uso en agua salada debido a su resistencia a la erosión, corrosión y a la cavitación. Estas propiedades hacen de los bronce al aluminio una buena alternativa para su aplicación en turbinas Pelton. Algunas aleaciones de esta familia pueden ser tratadas térmicamente mediante el templeado y revenido para mejorar sus propiedades mecánicas. Las aleaciones de bronce de aluminio que contienen más de 9,5% de aluminio pueden ser tratadas térmicamente.

Estas aleaciones se utilizan en una gran variedad de aplicaciones mecánicas pesadas y de productos estructurales incluyendo engranajes, pernos sin fin, guías y asientos de válvulas. Son excelentes para cojinetes de uso pesado, pero no toleran desalineaciones o suciedades en lubricantes. Generalmente se suele usar contra ejes de acero endurecido con terminaciones superficiales finas.

Los bronce al manganeso (C86100 - C86800) son los más resistentes de las aleaciones de cobre en su condición fundida "as cast". Estas aleaciones pueden ser soldadas, pero requieren de un tratamiento post welding para liberar tensiones. Se utilizan en aplicaciones pesadas que requieren relativamente buena resistencia a la corrosión a un razonable costo. Estas aleaciones están suplantando en cierta medida a las aleaciones de bronce aluminio porque ofrecen propiedades comparables con mejor resistencia a la corrosión y soldabilidad. En resumen, tiene buenas propiedades mecánicas, buena resistencia a la corrosión y buenas condiciones para la fundición, convirtiendo a los bronce al manganeso una buena alternativa si se está pensando en fabricar la cuchara mediante el método de fundición. Otras aplicaciones son: dispositivos mecánicos como engranajes, levas, válvulas y componentes de bombas para agua de mar y agua dulce.

### ***Aceros inoxidables***

Por otro lado, los aceros inoxidables, cuyo principal elemento de aleación es el cromo, está formado por 5 familias. Estas son los aceros inoxidables martensíticos, ferríticos, austeníticos, dúplex y los endurecibles por precipitación. Las familias que se adaptan a nuestra aplicación son los austeníticos y los martensíticos.

Los aceros inoxidables austeníticos poseen níquel, que es un estabilizador de la austenita permitiendo que a temperatura ambiente se haya eliminado prácticamente toda la ferrita de la aleación hierro-cromo-carbono. Estas aleaciones tienen excelente ductilidad, formabilidad y resistencia a la corrosión. Su resistencia se obtiene por endurecimiento por solución sólida y pueden ser trabajados en frío para alcanzar mayores resistencias que los aceros inoxidables ferrítico. La desventaja que tienen los aceros inoxidables austeníticos es que su mayor contenido de níquel hace que sean más caros. Aceros inoxidables que pertenecen a esta familia son los tradicionales el AISI 304 y el AISI 316.

Los aceros inoxidable martensíticos logran sus propiedades a través de un tratamiento térmico de temple y revenido. La temperatura del tratamiento térmico depende de la aleación, pero siempre son superiores a los 950°C para formar 100% de austenita (austenización) y luego son templado en distintos medios para dar lugar a la transformación martensítica. Posteriormente se reviene para obtener la resistencia y dureza deseada. Estas aleaciones tienen menor porcentaje de cromo (12 - 17%Cr) lo que permite variar el porcentaje de carbono (0,15 - 1%C) para lograr distintas durezas a través de la transformación martensítica. La resistencia a la corrosión de estos aceros es relativamente pobre comparada con los austeníticos y los ferríticos porque su composición química se ajusta para optimizar su resistencia y dureza. Las durezas alcanzadas por estas aleaciones son muy superiores (aproximadamente el doble) que los aceros inoxidable ferríticos y austeníticos y que las aleaciones de cobre. Esto último es justamente lo que hace de los aceros inoxidable martensíticos aleaciones muy atractivas para la fabricación de cucharas Pelton, ya que, si el agua posee muchas partículas de arena, el desgaste de la cuchara es muy veloz y requiere de superficies de gran dureza para resistirlo. Otra ventaja es que no poseen grandes porcentajes de elementos aleantes, con lo cual son más económicos que los inoxidable austeníticos. Además, los aceros inoxidable martensíticos se comercializan en condición de recocido o normalizado, cuyas propiedades mecánicas son relativamente bajas, haciendo que su maquinado en fresas CNC sea más fácil. Luego del maquinado se debe realizar el tratamiento térmico para alcanzar las propiedades mecánicas buscadas. Esto último puede llegar a considerarse una desventaja ya que implica un proceso más en la fabricación de la cuchara.

Se resume en la Tabla 1 las propiedades mecánicas de cada uno de los materiales presentados para apreciar sus diferencias.

*Tabla 1. Resumen de propiedades mecánicas de materiales pre seleccionados.*

<b>Mat.</b>	<b>Tensión de rotura [MPa]</b>	<b>Tensión de fluencia [MPa]</b>	<b>Dureza</b>	<b>Resistencia a la corrosión</b>
<b>C95300</b>	450	170	110 HB (160 HB con TT)	Buena
<b>C95400</b>	515	205	150 HB (190 HB con TT)	Buena
<b>C95500</b>	620	275	190 HB (200 HB con TT)	Buena
<b>C95520</b>	650	270	255 HB (solo bajo TT)	Buena
<b>C95700</b>	620	275	180 HB	Buena
<b>C95800</b>	585	240	159 HB	Buena
<b>C86200</b>	621	310	180 HB	Buena
<b>C86300</b>	758	427	225 HB	Buena
<b>C86500</b>	448	172	130 HB	Buena
<b>AISI 304<sup>1</sup></b>	515	205	201 HB o 92 HRB	Buena
<b>AISI 316<sup>1</sup></b>	515	205	217 HB o 95 HRB	Muy buena
<b>AISI 410</b>	450	205	217 HB o 96 HRB	Buena
<b>AISI 420 (después del TT)</b>	1600	1400	55 HRC (570 HB)	Buena

<sup>1</sup>Los aceros inoxidable auténticos AISI 304 y AISI 316 tienen sus equivalentes en fundición CF3 y CF8M respectivamente.

### 4.2.3 Costos

En cuanto a costos solamente se pudo averiguar el valor del material en formato de barra maciza para el maquinado en CNC, ya que los presupuestos para la fundición requerían entregar el modelo CAD y toda una serie de negociaciones que no pudieron llevarse a cabo por cuestiones de disponibilidad de tiempo. Por lo tanto, el análisis de costos se basó en el proveedor FAMIQ que comercializa barras macizas en aceros inoxidable austeníticos y martensíticos recocidas.

Se realizó un cálculo rápido para estimar cuánto costaría fabricar 19 cucharas al menos contabilizando la materia prima. Si se tiene en cuenta las dimensiones de la cuchara que se muestran más adelante en 4.3.4, se pueden realizar las siguientes cuentas.

#### **Barra maciza de acero inoxidable austenítico AISI 304 y 316**

La barra de AISI 304 y 316 se comercializa en varios diámetros. En nuestro caso se selecciona la barra de  $\varnothing 127$  y con este diámetro es posible fabricar dos cucharas por cada trozo de barra como se muestra en la Figura 12. Como se aprecia en la Figura 12, a la barra redonda se le realizan dos cortes paralelos de 5 mm de profundidad y aproximadamente 30 mm de largo para dar espacio a las mordazas de sujeción de la fresa. Paso seguido, se puede realizar un corte longitudinal por el eje de la barra quedando así dos mitades, cada una de las cuales servirá para maquinar una cuchara.

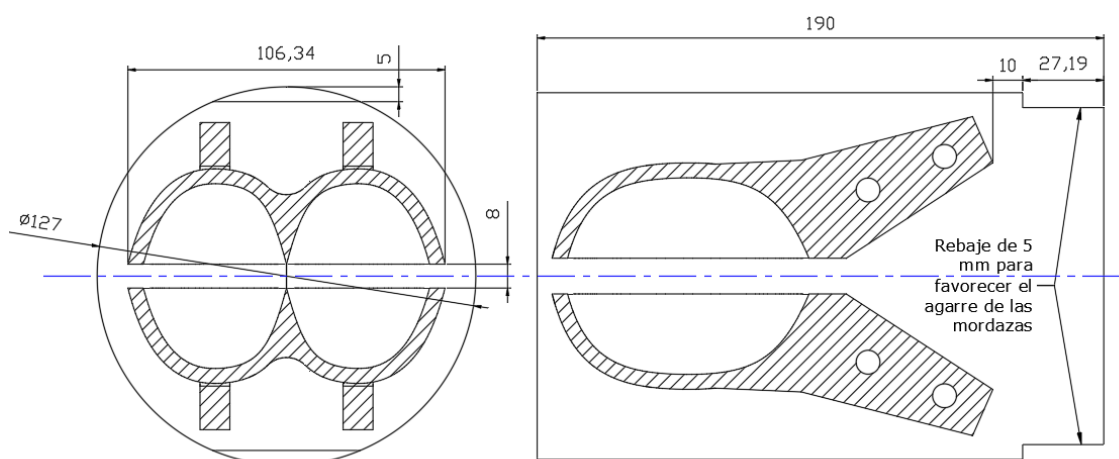


Figura 12. Sección de corte respecto de una barra maciza para dos cucharas.

Por lo tanto, si se necesitan fabricar 19 cucharas y cada tramo de barra maciza a utilizar se estima en 190 mm, se requerirá una longitud igual a  $10 \cdot 190 \text{ mm} = 1900 \text{ mm}$ , que se redondea en 2 mts (recordar que se maquinan dos cucharas por cada trozo de barra). En la página web del fabricante figura que los costos de las barras macizas son los siguientes:

Tabla 2. Costos de materia prima acero inoxidable auténtico

Material	Peso por metro [Kg/m]	Longitud requerida [m]	Precio [USD/kg]	Costo total en materia prima
AISI 304	101,29	2	18,63	USD 3.774,07
AISI 316	101,29	2	23,39	USD 4.738,35

#### **Barra maciza de acero inoxidable martensítico AISI 420**

Las barras de AISI 420 se ofrece con diámetro máximo de 114.3 mm. Con esta medida solamente es posible fabricar una cuchara por cada tramo de 190 mm de largo, ver Figura 13. Por lo tanto, se obtienen los siguientes costos,

Tabla 3. Costos materia prima acero inoxidable martensítico.

Material	Peso por metro [Kg/m]	Longitud requerida [m]	Precio [U\$S/kg]	Costo total en materia prima
AISI 420	82,045	3,61	10,48	USD 3.103,99

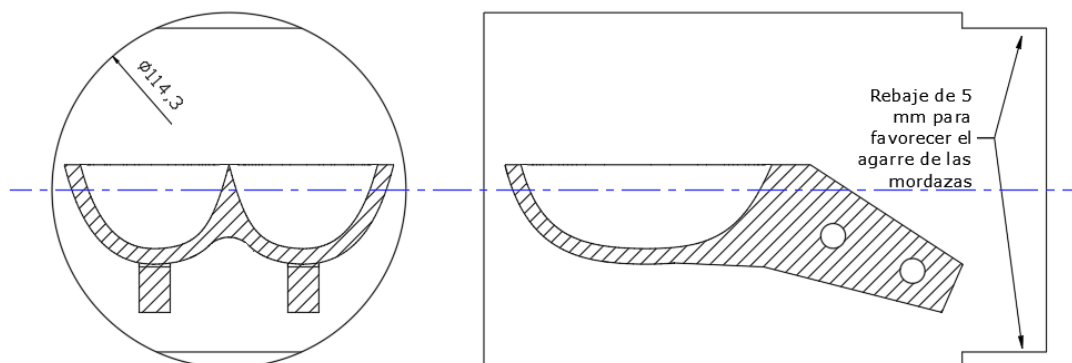


Figura 13. Sección de corte respecto de una barra maciza para una cuchara.

Como se observa, el costo de los aceros inoxidable austeníticos es mayor que el de los martensíticos, aunque a estos últimos se le debe agregar el costo de mayor cantidad de mecanizado y el tratamiento térmico que sólo se conocerá si se pide una cotización.

No se logró encontrar precios de las barras de aleaciones de cobre.

Por lo analizado en cuanto a costos y propiedades mecánicas de los potenciales materiales, se decide que el material a utilizar para la fabricación de las cucharas es el acero inoxidable martensíticos AISI 420.

#### 4.2.4 Acero inoxidable AISI 420 y su tratamiento térmico

En este apartado se realiza una pequeña reseña sobre el material seleccionado y se dan recomendaciones que deben considerarse a la hora de realizar el tratamiento térmico. (ASM International, 1991).

Los tratamientos térmicos de los aceros inoxidable martensíticos son esencialmente los mismos que los aceros de bajo carbono y baja aleación. Al igual que aquellos, la máxima resistencia y dureza depende principalmente del porcentaje de carbono en la aleación. La principal diferencia metalúrgica es que el alto contenido de aleantes de los aceros inoxidable provoca que la velocidad de transformación sea lenta y la templabilidad tan elevada, que la máxima dureza alcanzable en el centro de secciones de hasta 305 mm de espesor, pueda producirse por enfriamiento al aire.

#### **Limpieza previa**

Para evitar la contaminación de las piezas que van a ser tratadas térmicamente, las mismas deben ser limpiadas minuciosamente antes de llevarse al horno. Una adecuada limpieza es particularmente importante cuando el tratamiento se realice bajo atmósferas controladas de protección. La presencia de grasa, aceite o incluso líneas causadas por cepillos de acero pueden causar carburización (formación de carburos). Las manchas de transpiración de las

huellas dactilares son una fuente de contaminación por cloruro y pueden causar descamación severa en atmósferas oxidantes.

### **Precalentamiento**

Los aceros inoxidable martensíticos son normalmente endurecidos mediante calentamiento hasta la austenización en el rango de 925 a 1065 °C y luego enfriados en aire o en aceite.

La conductividad térmica de los aceros inoxidable es más baja que los aceros al carbono y acero aleados. En consecuencia, los altos gradientes térmicos y las altas tensiones causadas por un rápido calentamiento pueden causar fisuras o doblado de algunas partes de la pieza. Para evitar estos problemas, usualmente se recomienda precalentar las piezas de acero inoxidable martensíticos antes del tratamiento. Se recomienda realizar un precalentamiento en aquellas piezas que vayan a ser recocidas o endurecidas y que presenten las siguientes características:

- Piezas grandes
- Piezas de secciones gruesas y finas
- Piezas que contengan bordes afilados y ángulos de entrada
- Piezas maquinadas por cortes profundos
- Piezas que hayan sido deformadas en frío
- Piezas que hayan sido endurecidas y que van a recalentarse

El precalentamiento se realiza normalmente entre los 760 a 790 °C y el calentamiento debe ser lo suficientemente prolongado para asegurar que todas las partes de la pieza alcancen la temperatura de precalentamiento. Las piezas grandes son algunas veces precalentadas a aproximadamente 540 °C antes de alcanzar los 790 °C del precalentamiento.

### **Austenización**

Cuando se requiera máxima resistencia a la corrosión y resistencia mecánica, el acero debe ser austenizado a las temperaturas más altas del rango. Por el contrario, cuando se busque mejorar la ductilidad y las propiedades al impacto, se deberá austenizar la pieza en la parte baja del rango de temperaturas de austenización y se deberá revenir la pieza a temperaturas superiores a los 565 °C.

El efecto de la temperatura de austenización sobre la dureza de tres grados martensíticos se muestra en la Figura 14. La dureza aumenta con el aumento de la temperatura de austenización hasta aproximadamente 980 °C (1800 °F), luego disminuye debido a la retención de austenita y, ocasionalmente, la formación de ferrita  $\delta$ .

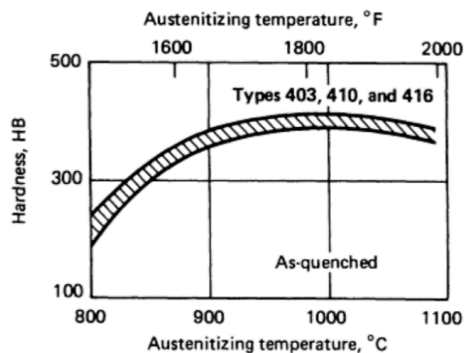


Figura 14. Efecto de la temperatura de austenización sobre la dureza. Los especímenes fueron aceros inoxidable martensíticos forjados que contenían 0.15% max C. (ASM International, 1991)

### **Tiempo de austenización**

El tiempo de austenización representa un compromiso entre alcanzar la máxima resistencia a la corrosión y la máxima solución de los carburos de hierro, para obtener la máxima resistencia mecánica, evitando el crecimiento de grano excesivo, la retención de austenita, la fragilización y las fisuras durante el templado.

Para secciones de 13 mm o menores, el tiempo recomendado en el horno es de 30 a 60 minutos. Para la mayoría de las piezas se agrega 30 minutos por cada pulgada adicional de espesor o una fracción de ella. Sin embargo, el tiempo en el horno debe ser duplicado si las partes que van a ser endurecidas fueron recocidas completamente o recocidas isotérmicamente.

El efecto de la temperatura de austenización, la duración de austenización y la temperatura de revenido sobre la resistencia al impacto y la dureza en piezas endurecidas a temperatura ambiente (AISI 403, 120 Y 431) se muestra en las siguientes imágenes.

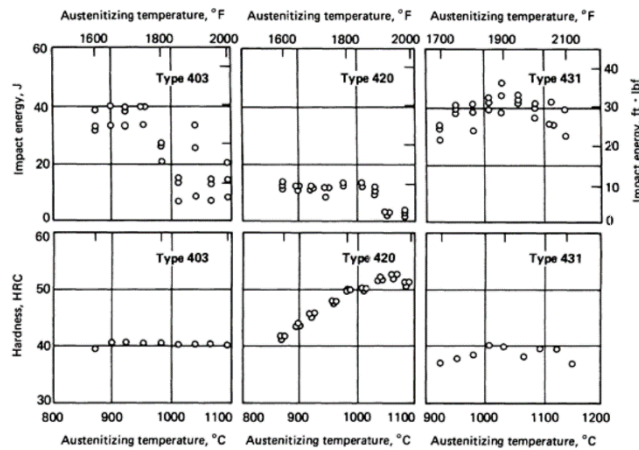


Figura 15. Efecto de las variaciones de la temperatura de austenización sobre la dureza y la resistencia al impacto de los aceros inoxidable martensíticos forjados. Los especímenes son revenidos a 480 °C (900 °F) durante 4 h. Fuente: (ASM International, 1991)

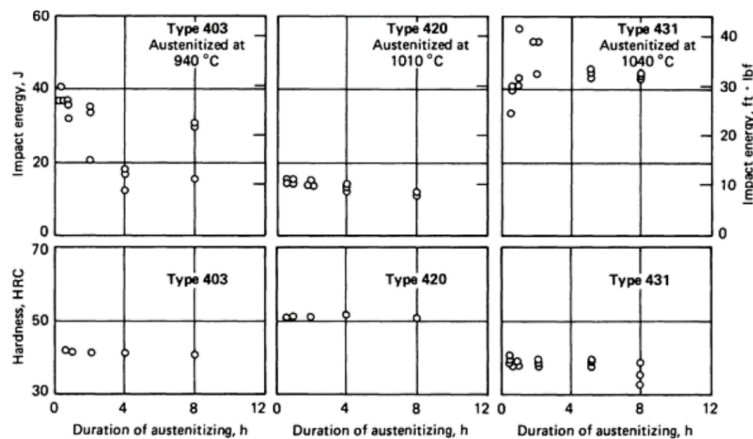


Figura 16. Efecto de las variaciones en el tiempo de austenización sobre la dureza y resistencia al impacto de los aceros inoxidable martensíticos forjados. Los especímenes fueron revenidos a 480 °C (900 °F) durante 4 h. Fuente: (ASM International, 1991)



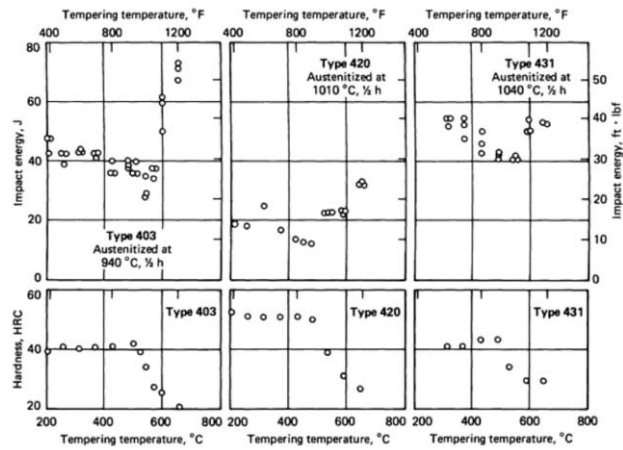


Figura 17. Efecto de la variación en la temperatura de revenido sobre la dureza y la resistencia al impacto de los aceros inoxidable martensíticos forjados. Fuente: (ASM International, 1991)

### Templado

Los aceros inoxidable martensíticos pueden ser templados en aceite o en aire gracias a su alta templabilidad. Con el templado en aire puede ocurrir una pequeña disminución de la resistencia a la corrosión y la ductilidad.

Cuando piezas de secciones gruesa son enfriadas lentamente a través de un rango de temperaturas de 870 a 540 °C, puede ocurrir el precipitado de carburos en los bordes de granos. Aunque se prefiere el templado en aceite, el enfriamiento al aire puede ser requerido para grandes piezas o secciones complejas para prevenir la distorsión o la fisura por templado. Martempering es particularmente fácil con estos aceros debido a su alta templabilidad.

### Austenita retenida

Es probable que los grados martensíticos con mayor contenido de carbono, como el 440C y el tipo 431 con mayor contenido de níquel, retengan grandes cantidades de austenita no transformada en la estructura templada, con frecuencia hasta un 30% en volumen. El alivio de tensiones a aproximadamente 150 °C (300 °F) tiene poco efecto. La transformación retardada, particularmente en el tipo 440C, puede ocurrir como un resultado de las fluctuaciones de temperatura en el servicio, lo que resulta en fragilidad y cambios dimensionales inaceptables.

### Enfriamiento bajo cero

Una porción de austenita retenida durante el templado puede ser transformada mediante un enfriamiento bajo cero a alrededor de -75 °C inmediatamente después del templado. Para obtener la máxima transformación de la austenita retenida, un doble templado puede ser necesario. Las piezas deben ser enfriadas al aire a temperatura ambiente entre los ciclos de templado.

### Recalentamiento

Para piezas completamente endurecidas, se puede alcanzar la recuperación del material mediante:

- Liberación de tensiones entre los 150 a 370°C después del endurecimiento para liberación de tensiones de la transformación martensítica sin afectar los microconstituyentes o las propiedades mecánicas.
- Revenido a temperaturas intermedias para modificar propiedades

- Recocido subcrítico en la parte alta del rango ferrítico, justo debajo de la temperatura  $Ac1^1$ , para alcanzar el máximo ablandamiento sin ingresar en la región de la austenita  $\gamma$ .
- Recocido total para obtener el máximo ablandamiento retornando al rango austenítico, seguido de un enfriamiento lento.

Aunque las curvas de resistencia, alargamiento y dureza que se muestran en Figura 18 parecen tener la misma forma general que las del acero de baja aleación, el aumento de la resistencia a la tracción y la dureza entre 400 y 510 °C (750 y 950 °F) puede estar asociado con una disminución grave en la tenacidad al impacto, mientras que el templeado en el lado alto del rango de temperatura generalmente coincide con una disminución en la resistencia a la corrosión.

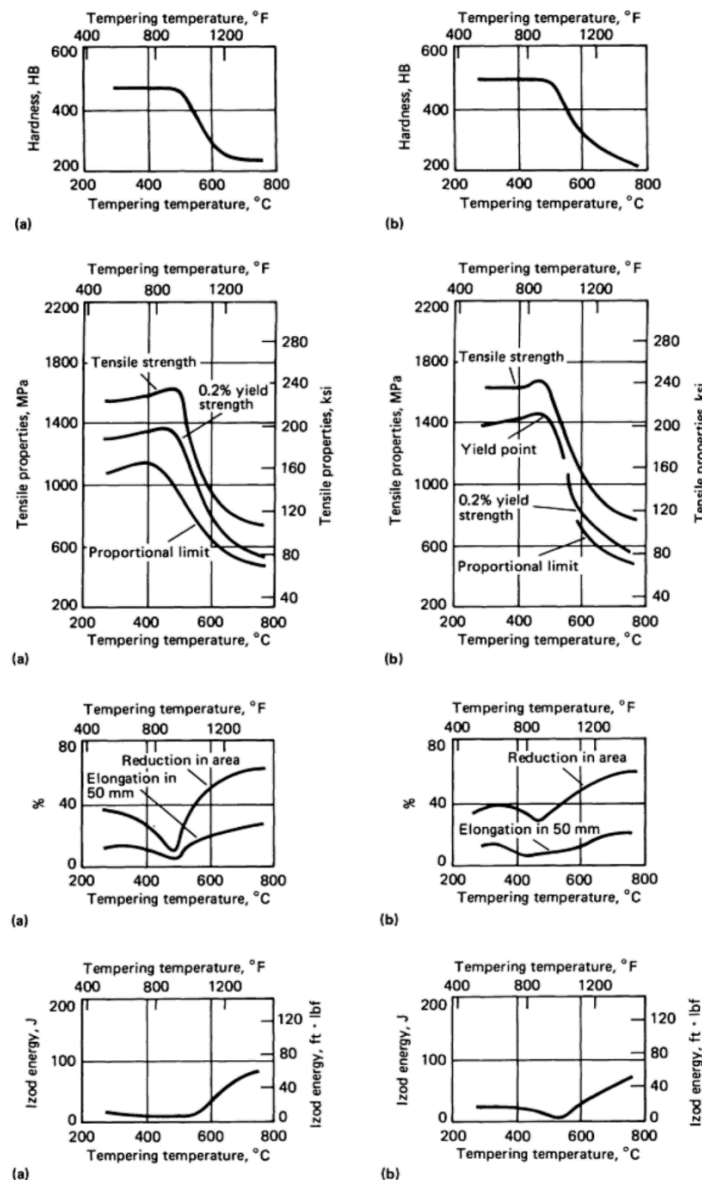


Figura 18. Efecto de las temperaturas de austenización y revenido sobre las propiedades mecánicas típicas del acero inoxidable martensítico tipo 420. Austenizado 30 min; templeado en aceite a 65 a 95 °C (150 a 200 °F); doble

<sup>1</sup> Temperatura  $Ac1$ : es la temperatura en la cual comienza a producirse la transformación ferrita-austenita.

alivio de tensiones a 175 °C (350 °F) durante 15 min, templado en agua y revenido por 2 hs; (a) Templado desde 925 °C (1700 °F). (b) Templado desde 1025 °C (1875 °F).

#### 4.2.5 Tratamiento térmico propuesto

A partir de la información extraída del manual Metal Handbook (ASM International, 1991), fue posible conocer cómo varían las propiedades mecánicas de los aceros inoxidables martensíticos con la temperatura y tiempo de austenización, templado y revenido.

Como se mencionó al inicio de esta sección, las propiedades buscadas para construir cucharas de turbinas Pelton son, resistencia a la corrosión y alta dureza, y asociada a ella, una alta tensión de fluencia y de rotura. De esta manera, el tratamiento térmico que se propone realizar se pensó para lograr una dureza de alrededor de 500 HB, una tensión de fluencia de 1400 MPa y una tensión de rotura de 1700 MPa, aproximadamente. Para ello se propone seguir el siguiente tratamiento térmico aplicado sobre el álabe ya maquinado y con sus dimensiones finales:

- Austenización a 1025 °C por 30 minutos
- Templado en aceite a 80 °C
- Doble alivio de tensiones a 175 °C por 15 minutos enfriando en agua
- Revenido a 350 °C por 2 horas

Cabe mencionar que este tratamiento térmico es sólo una propuesta con el fin de obtener determinadas propiedades mecánicas que permitan realizar los cálculos tensionales sobre la cuchara. Llegado el momento de la construcción real del álabe, se deberán realizar una serie de pruebas para ajustar el tratamiento térmico de tal manera que se obtengan las propiedades buscadas y que la pieza no sufra grandes deformaciones a causa del templado en aceite.

### 4.3 DISEÑO HIDRÁULICO

#### 4.3.1 Parámetros característicos

Lo primero que se debe definir es la altura neta de la turbina  $H_N$ . Esta altura se define como la altura que es puesta a disposición de la turbina y es igual a la diferencia de alturas totales entre la entrada ( $E$ ) y la salida de la turbina ( $S$ ),  $H_N = H_E - H_S$ . En el caso de las turbinas Pelton la entrada se considera que es el inyector y la salida es la cuchara. Pero como en estas turbinas el intercambio de energía se realiza a presión atmosférica se puede decir que  $H_S = 0 m$ . Con lo cual,  $H_N = H_E$  y la altura neta es igual a la altura a la entrada en el inyector.

A su vez, la altura a la entrada es igual a la altura bruta ( $H_B$ ) menos las pérdidas en la tubería forzada ( $H_{r\ tub.f.}$ ), es decir,

$$H_E = H_B - H_{r\ tub.f.} \quad (11)$$

Donde la altura bruta es la diferencia de altura geodésicas del nivel superior de agua  $z_A$  (el dique o toma de agua) respecto al nivel inferior  $z_B$  (inyector).

$$H_E = (z_A - z_B) - H_{r\ tub.f.} \quad (12)$$

Otra manera de escribir la altura neta es a partir de la ecuación de la energía entre el nivel superior y la salida de la turbina.

$$\frac{P_A}{\rho g} + z_A + \frac{V_A^2}{2g} - H_{r\ tub.f.} - H_N = \frac{P_B}{\rho g} + z_B + \frac{V_B^2}{2g} \quad (13)$$

Es decir, a la energía disponible en el dique, se le resta la energía perdida en la tubería forzada y la energía neta que es suministrada a la turbina. Despejando  $H_N$  se obtiene la otra expresión para la altura a la entrada de la turbina.

$$H_N = \frac{P_A - P_B}{\rho g} + z_A - z_B + \frac{V_A^2 - V_B^2}{2g} - H_{r\ tub.f} \quad (14)$$

Si se considera que el punto A es el pelo de agua en el dique y que no existen variaciones de altura este punto, entonces,  $V_A = 0$ ,  $P_A = 0$  (se toman presiones manométricas) y que la cota cero es la entrada a la turbina,  $z_B = 0$ , se obtiene

$$H_N = \frac{-P_B}{\rho g} + z_A - \frac{V_B^2}{2g} - H_{r\ tub.f} \quad (15)$$

Esta es la ecuación de la altura a la entrada de la turbina (E) o altura neta ( $H_N$ ) para un punto al inicio del inyector.

Una vez que el agua sale a la atmósfera se convierte toda la energía de presión disponible a la entrada en energía cinética menos las pérdidas en el inyector. La velocidad del chorro de agua está dada por la ecuación de Torricelli,

$$c_1 = k_c \sqrt{2gH_N} \quad (16)$$

Donde  $k_c$  es el rendimiento del inyector igual a 0,98 como valor habitual (Mataix, 1986). El valor exacto dependerá de la calidad constructiva del propio inyector y de la válvula aguja, si tuviera, pero en general los valores de  $k_c$  rondan entre 0.97 y 0.99. Si el inyector se considera sin fricción entonces  $k_c = 1$ .

Por otro lado, se mencionó que las turbinas Pelton son turbinas tangenciales, y, por lo tanto, la velocidad periférica a la entrada y a la salida de la cuchara es la misma para radios homónimos. Si la turbina gira a una velocidad  $n$  (rpm), la velocidad tangencial es igual a

$$u = u_1 = u_2 = n \frac{2\pi}{60} \cdot \frac{D}{2} \quad (17)$$

Dónde  $D$  (o  $R$ ) es el diámetro primitivo del rodete. Este diámetro es particularmente importante porque el centro del chorro de agua debe ser tangente al mismo (ver Figura 19).

Otros diámetros característicos son:

- Diámetro del rodete,  $D_a$  o  $R_a$ .
- Diámetro de la punta del splitter o filo,  $D_p$  o  $R_p$ , mostrado como  $R_s$  en la Figura 19.
- Diámetro del inyector,  $d_0$ .

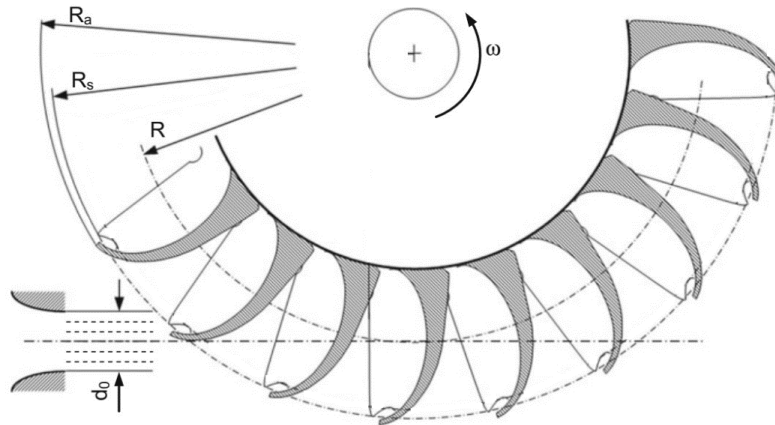


Figura 19. Definiciones de diámetros en turbinas Pelton. (Zhang, 2016).

La determinación del diámetro primitivo del rodete está influenciada por la velocidad de rotación del generador (debido a su número de polos) y por la velocidad del chorro de agua. Es sabido que, si la energía eléctrica generada por la turbina es vertida directamente a la red eléctrica, la frecuencia de la electricidad debe ser constante e igual a 50 Hertz. En nuestro caso, se ha decidido dejar sujeta la selección del generador a la disponibilidad del mercado; y se ha decidido fijar el diámetro primitivo en  $D = 300 \text{ mm}$ . De esta manera, la velocidad tangencial  $u$  queda determinada únicamente por la velocidad del chorro de agua (ver siguiente sección) y el acople entre la turbina y el generador debe realizarse mediante poleas y correas para ajustar la relación de transmisión.

### 4.3.2 Triángulos de velocidades en turbinas Pelton

Para hablar de triángulos de velocidades se debe utilizar la teoría unidimensional donde solamente se analiza un filamento de la corriente y se asume que el resto de las líneas de corriente se comportan de igual manera. En este sentido se toma un filamento medio de la corriente, cuando en la realidad cada filamento tiene un triángulo de velocidades distinto. A efecto de un análisis práctico, se aplicará el método unidimensional.

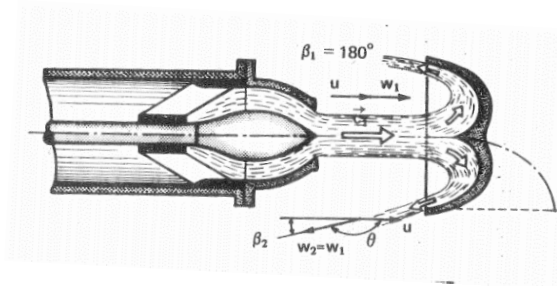


Figura 20. Corte longitudinal del inyector y la cuchara sobre el eje del jet de agua. (Mataix, 1986)

La velocidad absoluta del agua ( $c_1$ ) y la velocidad periférica del rodete ( $u_1$ ) ya son conocidas para todos los filamentos que coinciden con el diámetro primitivo  $D$ , entonces es posible calcular la velocidad relativa del agua ( $w_1$ ) respecto de la cuchara a partir de  $\vec{w}_1 = \vec{c}_1 - \vec{u}_1$ . De esta manera, el triángulo de velocidad al ingreso de la cuchara es el mostrado en la Figura 20 y repetido en la Figura 21-a).

De la Figura 20 se observa que el chorro de agua se divide en dos partes iguales a partir del filo de la cuchara y se produce un desvío que idealmente es de  $180^\circ$  para que se produzca la máxima fuerza sobre la cuchara, caso (a) de la Figura 21. Si se supone que no existe fricción en la cuchara entonces la velocidad relativa al ingreso es la misma que a la salida,  $w_1 = w_2$ .

Con lo cual la velocidad absoluta a la salida de la cuchara sería igual a cero y el triángulo de velocidad es el representado como el caso (a) de la Figura 21. Este sería el caso ideal.

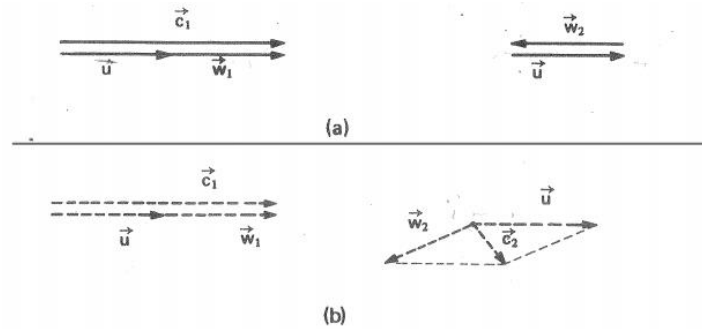


Fig. 13-7.—Triángulos de velocidades (teoría unidimensional) de una TP: a) ideales; b) reales.

Figura 21. Triángulos de velocidades. (Mataix, 1986)

En la realidad los triángulos de velocidades no son como se muestran en el caso a. Primero, no es posible que el agua se desvíe  $180^\circ$  porque el agua que sale de una cuchara impactaría en el dorso de la siguiente cuchara, generando un momento contrario al sentido de giro frenando el rodete. Segundo, existe fricción en la cuchara y la velocidad relativa a la salida no es igual a la velocidad relativa a la entrada. Además, el triángulo de la velocidad real a la entrada es distinto porque constructivamente, el filo de la cuchara tiene cierto espesor y un ángulo de ingreso. A pesar de ello, para motivos de análisis preliminares se acepta considerar paralelos los vectores  $\vec{c}_1$ ,  $\vec{u}_1$  y  $\vec{w}_1$ .

Teóricamente, la velocidad periférica  $u$  es igual a la mitad de la velocidad del chorro  $c$ . Esto se puede demostrar a partir del rendimiento hidráulico de la cuchara, definido como el cociente entre la altura de Euler y la altura neta.

$$\eta_h = \frac{H_u}{H} = \frac{c_{1u}u_1 - c_{2u}u_2}{gH} = \frac{u}{gH} (c_{1u} - c_{2u}) \quad (18)$$

Es posible reescribir el rendimiento a partir de las relaciones entre los triángulos de velocidades. Como las siguientes, (ver Figura 20)

$$c_1 \cos(\alpha_1) = u_1 + w_1 \cos(\beta_1) \quad (19)$$

$$c_2 \cos(\alpha_2) = u_2 - w_2 \cos(\beta_2) \quad (20)$$

Si se suman ambas ecuaciones,

$$c_1 \cos(\alpha_1) + c_2 \cos(\alpha_2) = 2u + w_1 \cos(\beta_1) - w_2 \cos(\beta_2) \quad (21)$$

Reemplazando en el rendimiento hidráulico (18),

$$\eta_h = \frac{u}{\frac{c_1^2}{2}} (c_1 \cos(\alpha_1) - c_2 \cos(\alpha_2))$$

$$\eta_h = \frac{2u}{c_1^2} (c_1 \cos(\alpha_1) - c_2 \cos(\alpha_2)) \quad (22)$$

$$\eta_h = \frac{2u}{c_1^2} (-2u + c_1 \cos(\alpha_1) + c_1 \cos(\alpha_1))$$

$$\eta_h = \frac{4u}{c_1} \left( \cos(\alpha_1) - \frac{u}{c_1} \right)$$

Esta es la ecuación de una parábola invertida cuyo valor máximo se obtiene derivando el rendimiento respecto del cociente  $u/c_1$  e igualando a cero,

$$\begin{aligned} \frac{\partial \eta}{\partial \left( \frac{u}{c_1} \right)} &= 0 \\ 4 \cos(\alpha_1) - \frac{8u}{c_1} &= 0 \quad (23) \\ \frac{u}{c_1} &= \frac{\cos(\alpha_1)}{2} \end{aligned}$$

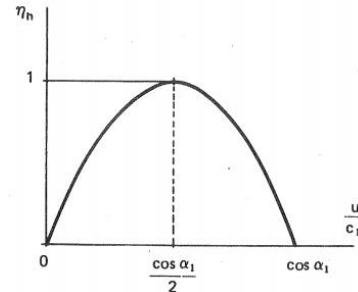


Figura 22. Rendimiento hidráulico en función de la relación de velocidades  $u/c_1$ .

Y como se vió, en condiciones ideales  $\alpha_1 = 0$ , haciendo de la relación de velocidades

$$\frac{u}{c_1} = \frac{1}{2} \text{ o, } u = \frac{c_1}{2} \quad (24)$$

En la realidad, la velocidad periférica, y su coeficiente de velocidad periférica  $k_u = \frac{u}{\sqrt{2gH}}$ , se debe obtener en un banco de pruebas y se ha encontrado que su valor óptimo ronda entre 0,44-0,46 con un valor medio habitual de 0,45 (Mataix, 1986).

#### 4.3.3 Fuerza y potencia en turbinas Pelton

Como ya se ha mencionado, la energía que se pone a disposición de la turbina proviene de la energía potencial almacenada en el dique de contención. La energía potencial almacenada puede medirse como la diferencia de altura existente entre el reservorio y el ingreso a la turbina. Esta sería la altura bruta de la instalación.

Una primera conversión de energía consiste en convertir la energía potencial en energía cinética. Dicha conversión tiene lugar en el inyector de la turbina. Luego, la energía cinética es convertida en energía mecánica a causa a la interacción del agua con las cucharas y, por último, esta energía mecánica se convierte energía eléctrica en el generador eléctrico que se acopla a la turbina.

Por simplicidad de análisis, se considera un volumen de control en movimiento rectilíneo con una velocidad igual a la velocidad periférica del rodete,  $u$ , en el diámetro primitivo (ver Figura 23). Dicho volumen de control abarca la cuchara. El jet de agua ingresa a él con una velocidad dada por la ecuación de Torricelli.

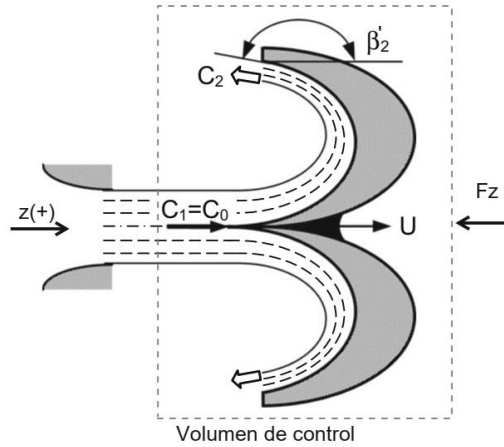


Figura 23. Volumen de control en movimiento de traslación y fuerza externa. (Zhang, 2016).

Según la teoría unidimensional es posible tomar una línea de corriente en representación de todo el flujo para poder calcular la fuerza que ejerce el chorro sobre la cuchara a partir del Teorema de Transporte de Reynolds aplicado a la cantidad de movimiento lineal. El teorema se escribe como sigue,

$$\frac{d}{dt}(B_{sist}) = \frac{d}{dt} \left( \int_{cv} \beta \rho dVol \right) + \int_{cs} \beta \rho (\vec{v} \cdot \vec{n}) dA \quad (25)$$

Donde:

- B es una propiedad que puede ser masa, cantidad de movimiento, cantidad de movimiento angular o energía.
- $\beta$  es la propiedad intensiva de B.
- $cv$ , es el volumen de control.
- $cs$ , es la superficie de control.
- $\vec{v}$ , es la velocidad a la que ingresa o egresa la propiedad B.
- $\vec{n}$ , vector normal a la superficie de control.

Lo que dice este teorema es que la variación de la propiedad B es igual a la variación en el tiempo de la propiedad intensiva  $\beta$  dentro del volumen de control, más los flujos de ingreso y egreso de la propia intensidad  $\beta$  que atraviesan la superficie de control.

En nuestro caso el volumen de control rodea a la cuchara y se encuentra en movimiento de traslación.

Si B es la cantidad de movimiento  $m \cdot \vec{V}$ , entonces

$$B = m \cdot \vec{V} \quad (26)$$

Y la propiedad intensiva será

$$\beta = \frac{d}{dm} (m \cdot \vec{V}) = \vec{V} \quad (27)$$

Luego, del Teorema de Transporte de Reynolds se obtiene la fuerza que ejerce el chorro de agua sobre el volumen de control, osea, la cuchara. Es decir,

$$\frac{d}{dt} (m \cdot \vec{V}) = \frac{d}{dt} \left( \int_{cv} \vec{V} \rho dVol \right) + \int_{cs} \vec{V} \rho (\vec{v} \cdot \vec{n}) dA \quad (28)$$

El sistema de referencia se encuentra en movimiento, por lo tanto,  $\vec{V}$  es la velocidad absoluta respecto a un sistema inercial (no acelerado) y  $\vec{v}$  es la velocidad que se aprecia desde el



sistema de referencia en movimiento, es decir que  $\vec{v}$  es la velocidad relativa  $\vec{w}$ . Ahora si se aplica esta ecuación con la notación mencionada para la turbina Pelton se obtiene,

$$\vec{F} = \frac{d}{dt} \left( \int_{cv} \vec{c}\rho dVol \right) + \int_{cs} \vec{c}\rho(\vec{w} \cdot \vec{n}) dA \quad (29)$$

Para resolver las integrales se utilizan las siguientes hipótesis:

- El eje z esta alineado con el centro del jet de agua.
- No existen variaciones de densidad en el sistema,  $\rho = \rho_1 = \rho_2$ .
- El sistema es estacionario. Por lo tanto, el término de la variación en el tiempo es nulo.
- No existe fricción en la cuchara, con lo cual,  $w_1 = w_2 = w$ .

Con estas hipótesis se obtiene lo siguiente,

$$\vec{F} = \int_{cs} \vec{c}\rho(\vec{w} \cdot \vec{n}) dA \quad (30)$$

Se sabe que el flujo másico es  $\dot{m} = c\rho A$ , y que por la conservación de la masa  $\dot{m} = c_1\rho_1A_1 = c_2\rho_2A_2$ . Entonces la fuerza queda determinada por la diferencia del flujo de cantidad de movimiento que ingresa y sale a través de la superficie de control,

$$-F_z = c_1\rho_1(-w_1)A_1 - c_2\rho_2(w_2 \cos(\beta_2)) \quad (31)$$

$$-F_z = \dot{m}(-w_1 - w_2 \cos(\beta_2)) \quad (32)$$

$$-F_z = -\dot{m}w(1 + \cos(\beta_2)) \quad (33)$$

Observar que en la Figura 23, se muestra el ángulo suplementario  $\beta'_2 = 180^\circ + \beta_2$ , y en la ecuación anterior se usa  $\beta_2$ .

$-F_z$  es la fuerza que debe ser ejercida sobre el volumen de control para que el sistema se desplace a velocidad constante. La misma fuerza en sentido contrario, es la fuerza que realiza el jet de agua sobre la cuchara.

Por lo tanto, la fuerza sobre la cuchara es igual a,

$$F_z = \dot{m}w(1 + \cos(\beta_2)) \quad (34)$$

Y la potencia es igual a la fuerza multiplicada por la velocidad de traslación de la cuchara o del volumen de control,

$$P = F_z u = \dot{m}w(1 + \cos(\beta_2))u \quad (35)$$

Observar que si  $\beta_2 = 0^\circ$ , es decir, que el flujo de agua da un giro de  $180^\circ$ , la potencia y la fuerza es máxima como ya se mencionó.

$$P = 2\dot{m}wu \quad (36)$$

Otra forma de escribir la potencia es a partir de los datos de diseño, como ser el caudal nominal y la altura neta. La potencia teórica sería,

$$P = Q\rho gH \quad (37)$$

Si esta ecuación es afectada por una estimación del rendimiento global de la turbina, se obtiene la potencia al eje de la turbina,

$$P = Q\rho gH\eta_{Tot} \quad (38)$$

Normalmente, el rendimiento de las micro turbinas es inferior a las turbinas de mayor potencia. Valores habituales de rendimientos globales en microturbinas ronda el 60%

(Eisenring, 1991). El rendimiento global incluye el rendimiento hidráulico y el rendimiento mecánico. El rendimiento de disco y el rendimiento volumétrico pueden considerarse igual a la unidad.

Por último, también es posible calcular la fuerza que realiza el agua con la turbina detenida. se utiliza la ecuación (34) cambiando la velocidad relativa  $w$  por la velocidad absoluta  $c$ ,

$$F_z = \dot{m}c(1 + \cos(\beta_2)) \quad (39)$$

Si se utilizan los triángulos de velocidad ideales, se obtendrá que la fuerza teórica máxima es el doble que la fuerza teórica ejercida con la cuchara en movimiento.

#### 4.3.4 Datos de diseño

Con todo lo mencionado hasta ahora se pueden obtener los datos mínimos para el diseño del álabe. Los coeficientes de velocidad que se van a asumir surgen como resultado de una consulta realizada al laboratorio LAMHI de la Universidad Nacional del Comahue.

Se diseñará un álabe para una altura neta de  $H=70m$ . Para esta altura la velocidad del chorro de agua es (ec. Torricelli (16)),

$$c_1 = k_c\sqrt{2gH} = 0.98 * \sqrt{2 * 9.81 * 70} = 36.32 \text{ m/s} \quad (40)$$

Si se supone un coeficiente de velocidad periférica de  $k_u = 0.45$  y se define un diámetro de inyector igual a  $d_0 = 30mm$ , entonces, la velocidad periférica y el caudal nominal son,

$$u = k_u\sqrt{2gH} = 0.45\sqrt{2 * 9.81 * 70} = 16.34 \text{ m/s} \quad (41)$$

$$Q = c * 0.25\pi * d_0^2 = 36.32 \text{ m/s} * 0.25\pi * (0.03m)^2 = 0,0256 \text{ m}^3/\text{s} \quad (42)$$

Con el caudal se puede calcular el flujo másico nominal como,

$$\dot{m} = Q\rho = 0.026 \text{ m}^3/\text{s} * 1000 \text{ kg/m}^3 = 25,67 \text{ kg/s} \quad (43)$$

Por otro lado, se definió que el diámetro primitivo es igual a  $D = 300 \text{ mm}$ , por lo tanto la velocidad de rotación del rodete es de,

$$n = \frac{u}{\frac{D}{2}} = \frac{16.67 \text{ m/s}}{0.3 \text{ m}} = 111,2 \text{ s}^{-1} \text{ o } 1061,7 \text{ rpm} \quad (44)$$

La fuerza según la teoría unidimensional para la turbina detenida es igual a,

$$F_z = \dot{m}c(1 + \cos(\beta_2)) = 1832,9 \text{ N} \quad (45)$$

En donde se definió el ángulo de salida  $\beta_2 = 15^\circ$  como habitualmente toma la bibliografía (Mataix, 1986).

Y para la turbina en movimiento,

$$F_z = \dot{m}w(1 + \cos(\beta_2)) = 824,8 \text{ N} \quad (46)$$

Por último, la potencia generada al eje de la turbina es de,

$$P = F_z u = \dot{m}w(1 + \cos(\beta_2))u = 13480 \text{ Watt o } 13.48 \text{ kW} \quad (47)$$

Todos estos valores serán utilizados más adelante como parámetros de entrada en las simulaciones y para comparar con los resultados obtenidos.

#### 4.3.5 Geometría de la cuchara

La bibliografía disponible (Schnitzer, 2009) define las principales dimensiones de las cucharas en función del parámetro conocido como relación de diámetros  $\delta = d_0/D$ . Existen

límites máximos y mínimos para esta relación de diámetros donde el rendimiento se mantiene en niveles aceptables. La bibliografía recomienda que la relación de diámetro se encuentre entre 1/30 y 1/9.

Si la relación es excesivamente pequeña el chorro de agua pierde calidad al tener que recorrer un largo camino desde el inyector hasta el rodete. Además, al incrementarse el diámetro del rodete, aumenta el número de cucharas dificultando la evacuación del agua. Por el contrario, si la relación es muy grande, el número de cucharas disminuye y aumentan su tamaño, dificultándose el alojamiento de las mismas en el rodete. Esto produce también que el rendimiento disminuya al no poder aprovechar la totalidad del agua.

En nuestro caso se definió el diámetro del chorro  $d_0 = 30mm$  y el diámetro característico del rodete como  $D = 300mm$ , por lo tanto, la relación de diámetros es igual a

$$\delta = \frac{d_0}{D} = \frac{30mm}{300mm} = 1/10 \quad (48)$$

Valor que se ubica dentro del rango recomendado por la bibliografía, (Mataix, 1986).

La geometría básica recomendada por la bibliografía (Eisenring, 1991), es la siguiente.

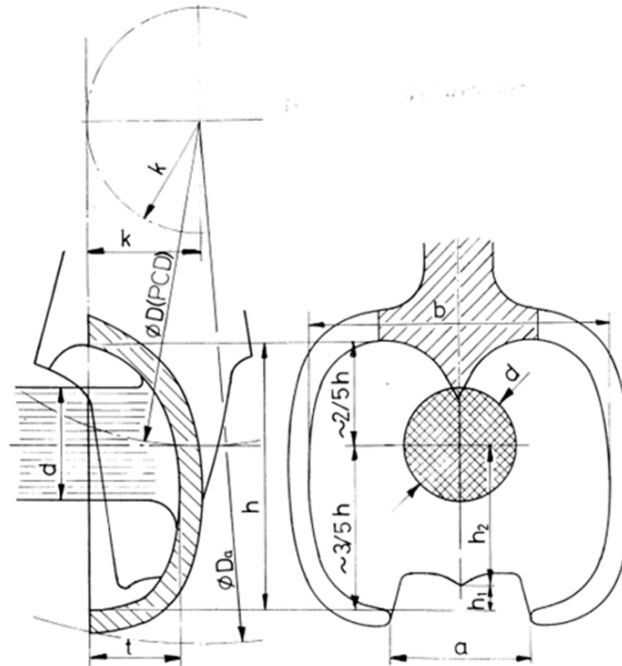


Figura 24. Geometría propuesta por Eisenring (Eisenring, 1991).

Dónde:

- $b = (2,5 \dots 3,2)d$ , es el ancho de cuchara
- $h = (2,1 \dots 2,7)d$ , es la altura de cuchara
- $t = 0,9d$ , es la profundidad
- $k = (0,1 \dots 0,17)D$ , es el offset
- $h_2 = (0,85 \dots 1,5)d_0$ , es la distancia de la punta del filo hasta el centro del chorro de agua
- $a \approx 1,2d_0$ , es el ancho del pasaje de agua inferior

A partir de estas recomendaciones se diseñaron dos modelos de cuchara. Uno para cada extremo del rango y se propone que ambas cuenten con dos brazos de sujeción. Los resultados fueron los siguientes,

Tabla 4. Dimensiones de las cucharas

Cuchara d=30mm	B [mm]	H [mm]	T [mm]	K [mm]	$h_2$ [mm]	a [mm]
Rango inferior	75	63	25,5	70	30,24	36
Rango superior	96	81	27	70	38,88	36

- Se definió el ángulo de entrada y de salida igual 15°.
- El perfil de las caras de las cucharas no representa ninguna forma geométrica particular, simplemente se intentaron hacer lo más suave posible. Para ello se utilizaron una serie de splines.

El diseño básico que se plantea estudiar son los siguientes.

**Cuchara para el rango superior**

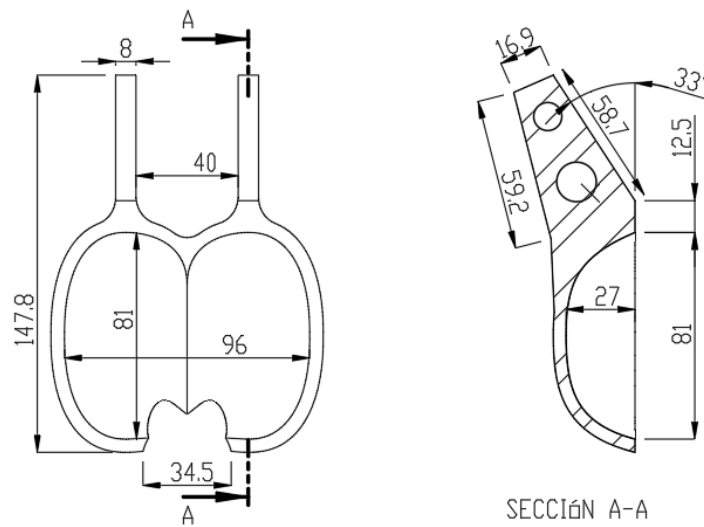


Figura 25. Dimensiones para el rango superior.

**Cuchara para el rango inferior**

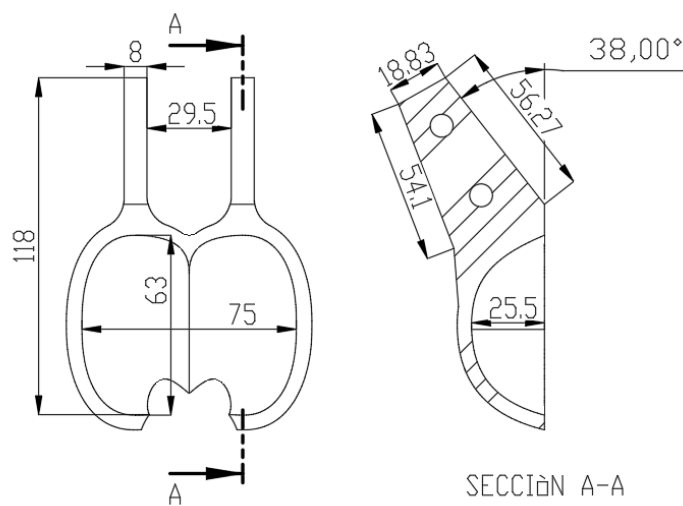


Figura 26. Dimensiones para el rango inferior

4.3.6 Primera aproximación del número mínimo de cucharas

Una manera de determinar el número mínimo de cucharas es la propuesta por Mataix (Mataix, 1986). De acuerdo a la Figura 27, la partícula b del chorro de agua es la que tiene mayor probabilidad de no ser capturada por la cuchara. Por lo tanto, dicho punto es el que debe considerarse para determinar el número mínimo de cucharas.

En la figura se muestran dos cucharas consecutivas, B y A. La cuchara A se muestra en dos posiciones, A y A'.

$\phi$  es la separación angular o paso angular entre A y B.

$D$  y  $D_p$  son el diámetro característico y el diámetro de punta respectivamente.

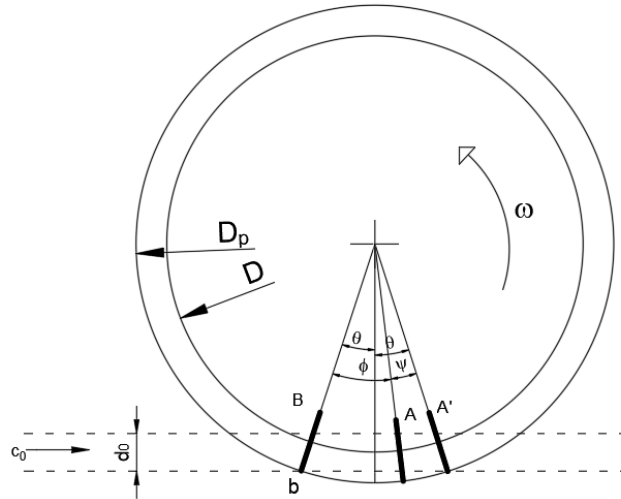


Figura 27. Esquema para el cálculo del número mínimo de cucharas.

El punto  $b$  es la partícula que no fue capturada por la cuchara B y tiene que ser capturada por la cuchara A para que no se pierda energía. Por lo tanto, para capturar toda el agua, la partícula  $b$  tiene que recorrer la distancia  $\overline{BA'}$  en el mismo tiempo que tarda la cuchara A en pasar de la posición A a la A', o sea el arco  $\widehat{AA'} = \psi$ . Esto se escribe como,

$$t_0 = \frac{\overline{BA'}}{c} = \frac{\widehat{AA'}}{\omega} \quad (49)$$

Pero se sabe que la velocidad periférica o tangencial de la turbina es,

$$u = \frac{D}{2} \omega \rightarrow \omega = \frac{2u}{D} \quad (50)$$

Reemplazando  $\omega$  en (49),

$$\frac{\overline{BA'}}{c} = \frac{\psi D}{2u} \quad (51)$$

Reemplazando por los coeficientes de velocidad  $k_c = \frac{c}{\sqrt{2gH}}$  y  $k_u = \frac{u}{\sqrt{2gH}}$  y nos queda,

$$\frac{\overline{BA'}}{k_c} = \frac{\psi D}{2k_u} \quad (52)$$

La distancia  $\overline{BA'}$  se puede escribir como,

$$\overline{BA'} = 2 \text{sen}(\theta) \frac{D_p}{2} = \text{sen}(\theta) D_p \quad (53)$$

Reemplazando en (52),

$$\psi = \text{sen}(\theta) \frac{D_p}{D} \frac{2k_u}{k_c} \quad (54)$$

Por la identidad  $\text{sen}^2(\theta) + \text{cos}^2(\theta) = 1$  se tiene que,

$$\psi = \sqrt{1 - \text{cos}^2(\theta)} \frac{D_p}{D} \frac{2k_u}{k_c} \quad (55)$$

Por otro lado, como el centro del chorro pasa por el diámetro característico es posible establecer algunas relaciones geométricas. Para la partícula en b, ubicada en la punta de la cuchara,

$$\text{cos}(\theta) \frac{D_p}{2} = \frac{D + d_0}{2} \rightarrow \text{cos}(\theta) = \frac{D + d_0}{D_p} \quad (56)$$

Reemplazando en (55),

$$\psi = \sqrt{1 - \left(\frac{D + d_0}{D_p}\right)^2} \frac{D_p}{D} \frac{2k_u}{k_c} \quad (57)$$

Por otro lado, a partir de la Figura 27 se puede escribir  $\phi + \psi = 2\theta$ . Si además, z es el número de cucharas, entonces el paso viene definido por  $\phi = \frac{2\pi}{z}$ .

Luego, el número de cuchara se puede estimar con el siguiente procedimiento:

$$\begin{aligned} 1^\circ) \psi &= \sqrt{1 - \left(\frac{D+d_0}{D_p}\right)^2} \frac{D_p}{D} \frac{2k_u}{k_c} \\ 2^\circ) \theta &= \text{arc cos} \left(\frac{D+d_0}{D_p}\right) \\ 3^\circ) \phi &= 2\theta - \psi \\ 4^\circ) z &= \frac{2\pi}{\phi} \end{aligned}$$

Para nuestras cucharas el diámetro de punta es el diámetro que pasa por el punto final del filo, osea  $D_p = D + 2h_2$  (considerando que la línea del filo pasa por el eje del disco).

Tabla 5. Cálculo del número mínimo de cucharas.

	<b>Rango inferior</b>	<b>Rango superior</b>
<b>D</b>	300	300
<b>h<sub>2</sub></b>	30,24	38,88
<b>D<sub>p</sub></b>	360,48	377,76
<b>k<sub>u</sub></b>	0,45	0,45
<b>k<sub>c</sub></b>	0,98	0,98
<b>ψ</b>	0,444	0,563
<b>θ</b>	0,414	0,508
<b>φ</b>	0,384	0,454
<b>z</b>	16,351	13,846
<b>z</b>	17	14

#### 4.3.7 Número mínimo de cucharas según Zhang

El libro de Zhang Zhengji (Zhang, 2016) toma otro enfoque y dice que para asegurar una interacción estable entre el agua y las cucharas tiene que haber dos cucharas en promedio reaccionando simultáneamente con el chorro. Esto se conoce como condición de coincidencia.

Se toma como referencia la línea central del chorro y para esa línea, la condición anterior significa que cuando una cuchara empieza a cortar la línea central del jet, otra cuchara, ubicada dos cucharas de separación, está siendo liberada del contacto (Figura 28).

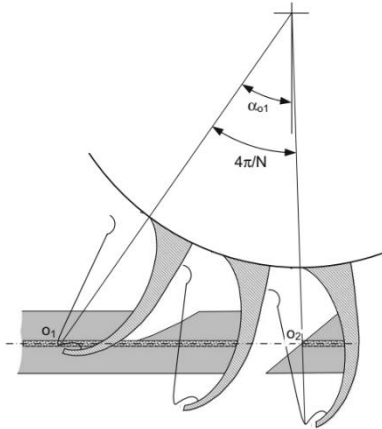


Figura 28. Cálculo del número mínimo de cucharas según Zhang.

Esto se escribe como,

$$\alpha_{o1} - \alpha_{o2} = 2 \frac{2\pi}{N} \quad (58)$$

Además, se puede demostrar que  $\alpha_{o2}$  igual a cero (condición de simetría) y el número de cucharas es

$$N = \frac{4\pi}{\alpha_{o1}} \quad (59)$$

El valor de  $\alpha_{o1}$  se calcula a partir de la Figura 29,

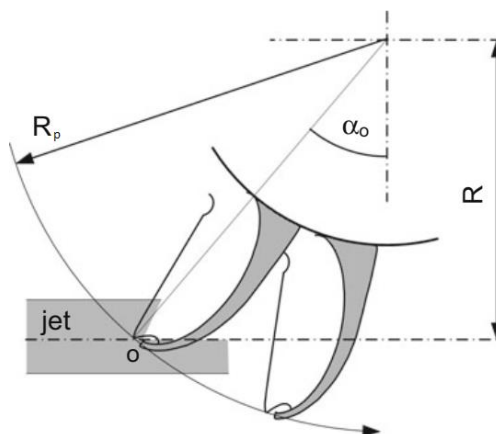


Figura 29. Ángulo del primer contacto.

$$\cos(\alpha_{o1}) = \frac{R}{R_p} = \frac{D}{D_p} = \frac{D}{D + 2h_2} \quad (60)$$

Entonces el contacto para cada cuchara se produce en los siguientes ángulos,

Tabla 6. Ángulo del primer contacto del filo de la cuchara.

	Rango inferior	Rango superior
$\alpha_{o1}$	$\cos^{-1}\left(\frac{300}{360.48}\right) = 33.67^\circ$ o 0,588 rad	$\cos^{-1}\left(\frac{300}{377.76}\right) = 37.42^\circ$ o 0,653 rad

Luego, el número de cucharas es,

Tabla 7. Número mínimo de cucharas.

	Rango inferior	Rango superior
$N$	$N = \frac{4\pi}{0,588} = 21.38$ → 22 cucharas	$N = \frac{4\pi}{0,653} = 19.24$ → 19 cucharas

#### 4.3.8 Inclinación de la cuchara

Idealmente, la cuchara debe ubicarse perpendicularmente al jet de agua. Dicha posición se determina considerando el centro de masa de la porción de agua que le corresponde a la cuchara, ver Figura 30. La posición exacta de la cuchara queda definida en el instante en el que se produce la intersección del centro de masa de la porción de agua con el filo de la cuchara.

Para el cálculo se supone que el filo está alineado con el eje de la turbina. Luego, al final, cuando se obtenga el ángulo en el que se produce la intercepción, se rota la cuchara con el ángulo obtenido, ya que de esa manera la cuchara queda perpendicular al jet. Entonces el objetivo es encontrar el ángulo en el que ocurre la intercepción entre el centro de masa "m" y el filo de la cuchara.

El desarrollo para el caso planteado se basa en el siguiente esquema,

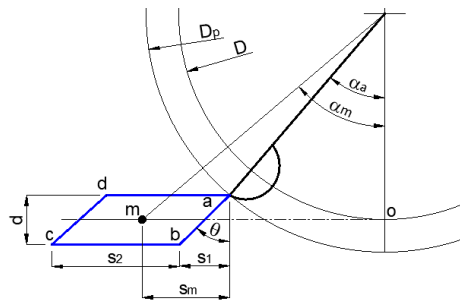


Figura 30. Porción de agua que recibe la cuchara.

Se utiliza el centro de masa  $m$  del paralelogramo  $abcd$  como punto de referencia para determinar la inclinación de la cuchara. A partir de la Figura 30 y del desarrollo matemático presentado en el libro Pelton Turbines (Zhang, 2016), es posible escribir las siguientes ecuaciones,

$$\cos(\alpha_a) = \frac{D - d_0}{D_p} \quad (61)$$



$$s_1 = \frac{d_0 \left( \frac{1}{k_u} - 1 \right)}{\sqrt{\left( \frac{D_p}{D} \right)^2 - 1}} \quad (62)$$

$$s_2 = \frac{\pi D}{k_u N} \quad (63)$$

Para un  $\Delta t$  la cuchara rota un ángulo  $\Delta\alpha = \omega\Delta t$  y pasa de la posición  $\alpha_a$  para  $t_a = 0$ , a la posición  $\alpha_a - \Delta\alpha$  para el tiempo  $\Delta t$ .

Lo mismo ocurre con el punto "m". Para el tiempo  $t_a$  la cuchilla toca la parte superior del jet. Pasado un  $\Delta t$  el punto "m" ha avanzado una distancia  $c\Delta t$ .

Por lo tanto, lo que se debe hacer es encontrar la posición angular de la partícula "m" para el instante inicial  $t_a$  y luego, hallar el tiempo en el que se produce el encuentro del centro de masa "m" y el filo.

La condición buscada va a ser aquella en la que el ángulo  $\alpha_m$  sea igual al ángulo de la cuchara  $\alpha_a - \Delta\alpha$ . Notar que tanto  $\alpha_m$  como  $\Delta\alpha$  son función del tiempo.

A continuación, se busca la posición inicial del punto "m". Para el jet de  $d = 30mm$  se puede escribir lo siguiente,

$$\tan(\theta) = \frac{s_1}{d} \rightarrow \theta = \tan^{-1}(s_1/d) \quad (64)$$

$$s_m = \frac{s_2}{2} + \frac{d}{2} \tan(\theta) = \frac{1}{2}(s_2 + d \tan(\theta)) \quad (65)$$

El acercamiento de "m" al origen "o" en función del tiempo es,

$$\frac{1}{2}(s_2 + d \tan(\theta) + D_p \sin(\alpha_a)) - ct \quad (66)$$

Observar que cuando  $t = 0$ , se obtiene la posición inicial de "m". Entonces el ángulo  $\alpha_m$  se calcula como,

$$\alpha_m = \tan^{-1} \left( \frac{\frac{1}{2}(s_2 + d \tan(\theta) + D_p \sin(\alpha_a)) - ct}{D/2} \right) \quad (67)$$

Y la condición para el encuentro de la partícula "m" con la cuchilla se escribe como

$$\alpha_m = \alpha_a - \Delta\alpha \quad (68)$$

$$\alpha_m = \alpha_a - \omega t \quad (69)$$

$$\tan^{-1} \left( \frac{\frac{1}{2}(s_2 + d \tan(\theta) + D_p \sin(\alpha_a)) - ct}{D/2} \right) = \alpha_a - \omega t \quad (70)$$

Estas dos ecuaciones se resuelven iterativamente variando el tiempo  $t$  con la ayuda del complemento Solver de Excel o Scilab y se encuentra el ángulo en el cual se produce el encuentro entre la partícula "m" y el filo. Los resultados fueron los siguientes,

Tabla 8. Ángulo de giro para la cuchara.

	Rango inferior	Rango superior
$\alpha_m = \alpha_a - \Delta\alpha$	25,47°	21.34°

Al rotar la cuchara con los ángulos de Tabla 8, el diámetro de punta y el ángulo donde ocurre el primer contacto cambian de acuerdo a,

$$D_p = D + 2h_2 \cos(\alpha_a) \quad (71)$$

$$\cos(\alpha_a) = \frac{D - d_0}{D_p} \quad (72)$$

Tabla 9. Nuevos parámetros de la turbina.

	Rango inferior	Rango superior
$D_p$	353 mm	372 mm
$\alpha_a$	28,91°	11.86°

#### 4.3.9 Diseño del pasaje del chorro

El pasaje del chorro de agua se tiene que diseñar de tal manera que lo primero que corta al jet sea el filo y no el borde inferior de la cuchara. El ángulo del pasaje de agua tiene que determinarse en el punto donde la cuchilla comienza a cortar al jet. Este punto es el punto "a" y ya fue determinado antes como,

$$\cos(\alpha_a) = \frac{R_m - d_0 / 2}{R_c} = \frac{D - d_0}{D_p} \quad (73)$$

El ángulo del pasaje se determina con el siguiente esquema,

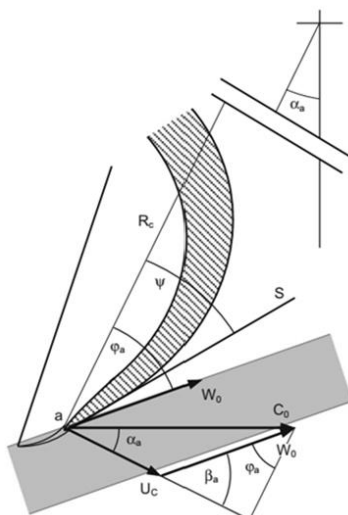


Figura 31. Geometría para el pasaje del agua.

A partir de la Figura 31 se pueden escribir las siguientes relaciones,

$$W_0 \cos \varphi_a = C_0 \sin \alpha_a \quad (74)$$

Por la ley de los cosenos  $W_0^2 = U^2 + C_0^2 - 2UC_0 \cos \alpha_a$ ,

$$\left(\frac{W_0}{C_0}\right)^2 = \left(\frac{U}{C_0}\right)^2 + 1 - 2\frac{U}{C_0} \cos \alpha_a \quad (75)$$

Se eleva al cuadrado la ecuación (74) y se reorganiza para obtener,

$$\cos^2(\varphi_a) = \frac{\sin^2(\alpha_a)}{\left(\frac{W_0}{C_0}\right)^2} \quad (76)$$

Reemplazando por la ley de los cosenos,

$$\cos^2(\varphi_a) = \frac{\sin^2(\alpha_a)}{\left(\frac{U}{C_0}\right)^2 + 1 - 2\frac{U}{C_0} \cos(\alpha_a)} \quad (77)$$

$$\cos^2(\varphi_a) = \frac{\sin^2(\alpha_a)}{\left(\frac{k_U}{k_{C_0}}\right)^2 + 1 - 2\frac{k_U}{k_{C_0}} \cos(\alpha_a)} \quad (78)$$

$$\varphi_a = \cos^{-1} \left( \sqrt{\frac{\sin^2(\alpha_a)}{\left(\frac{k_U}{k_{C_0}}\right)^2 + 1 - 2\frac{k_U}{k_{C_0}} \cos(\alpha_a)}} \right) \quad (79)$$

De esta manera, utilizando los valores  $k_U = 0,45$  y  $k_{C_0} = 0,98$ , se obtienen los siguientes resultados,

Tabla 10. Ángulos del pasaje de agua.

	Rango inferior	Rango superior
$\alpha_a$	28,91° o 0,651 rad	25,80° o 0,694 rad
$\varphi_a$	$\cos^{-1} \left( \frac{\sin^2(0,651)}{\sqrt{\left(\frac{0,45}{0,98}\right)^2 + 1 - 2 \frac{0,45}{0,98} * \cos(0,651)}} \right)$ $= 28,99^\circ$	$\cos^{-1} \left( \frac{\sin^2(0,694)}{\sqrt{\left(\frac{0,45}{0,98}\right)^2 + 1 - 2 \frac{0,45}{0,98} * \cos(0,694)}} \right)$ $= 25,81^\circ$

Entonces, la condición para lograr un buen ingreso de la cuchara al chorro, es decir sin choques, es que  $\psi < \varphi_a$ . Con esta condición se le realiza a la cuchara una extrusión o recorte con un cilindro de diámetro  $a \approx 1,2d$  y queda determinado el pasaje del agua. Para la cuchara del rango inferior se adoptó  $\varphi_a = 23^\circ$ , y para la del rango superior  $\varphi_a = 19^\circ$ .

#### 4.4 SIMULACIONES FLUIDODINÁMICAS

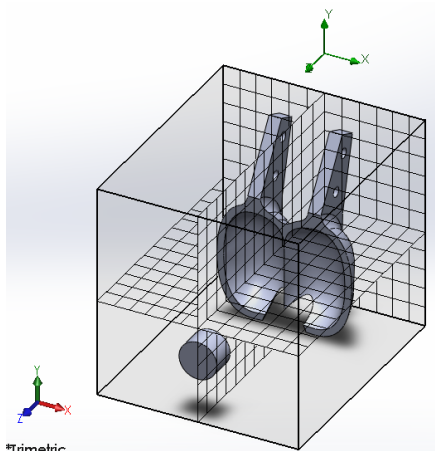
##### 4.4.1 Estudio del mallado

Una parte importante de las simulaciones es la discretización del dominio del modelo. Para asegurar un correcto estudio de la cuchara, se realizaron una serie de simulaciones donde se variaron distintos parámetros de refinamiento del dominio y se analizó cuál era el nivel de refinamiento y el método más adecuado para el estudio del modelo.

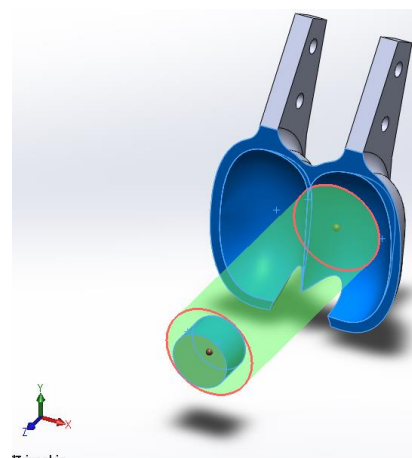
##### 4.4.1.1 MODELO DE ESTUDIO

El dominio computacional a analizar es un prisma que cubre la cuchara y el inyector. Las celdas del dominio son cúbicas y tienen un tamaño de 15mm, como se muestra en la Figura 32. La cuchara se ubicó en una posición tal que una de las cucharas se encuentra a punto de interceptar su filo con el chorro de agua. Además, la velocidad del chorro de agua utilizada en la simulación fue la velocidad absoluta  $c=36.32$  m/s, ya que se consideró la turbina detenida.

Con el fin de reducir tiempo de cálculo se definieron dos subdominios adicionales. Cada uno de ellos recibió refinamientos independientes de las celdas del dominio global. De esta manera, se definió un primer subdominio cilíndrico concéntrico al chorro de agua y un segundo subdominio sobre las caras internas de la cuchara y la cara del inyector, como puede verse en Figura 33.



\*Trimetic  
Figura 32. Dominio del modelo de estudio.



\*Trimetic  
Figura 33. Definición de subdominios

El motivo de la definición de estos dos subdominios es refinar las celdas solo en aquellos lugares donde es necesario con el objetivo de ahorrar tiempo de cálculo. De esta manera, el cilindro concéntrico al chorro de agua intenta capturar el desarrollo del propio chorro, mientras que el segundo subdominio intenta lograr una buena representación del flujo sobre la cara de la cuchara.

#### 4.4.1.2 ANÁLISIS DE CONVERGENCIA DE RESULTADOS

El programa SolidWorks permite realizar estudios paramétricos que se utilizarán para analizar la convergencia de las simulaciones. Los estudios paramétricos permiten modificar ciertos parámetros definidos por el usuario, como ser parámetros del mallado o de la geometría. En este caso, el estudio paramétrico se utilizó para modificar el número de las celdas del dominio computacional.

Se analizó la variación de los siguientes parámetros,

- A. El nivel de partición celdas del subdominio del chorro de agua.
- B. El nivel de partición de las celdas de la frontera fluido-sólido del subdominio de las caras.
- C. El nivel de partición de las celdas de fluido del subdominio de las caras.
- D. El nivel de partición máxima equidistante de la cara de la cuchara y el inyector.

Tabla 11. Niveles de refinamiento de la malla y numero de celdas.

Estudio	Parámetro				Número total de celdas	Número de celdas en contacto con las caras internas y el inyector	Tiempo de cálculo [s]
	A	B	C	D			
DP 1	0	1	1	1	2.168	794	7
DP 2	1	2	2	2	6.485	2.689	4
DP 3	2	3	3	3	31.432	8.441	25
DP 4	3	4	4	4	202.921	30.394	181
DP 5	4	5	5	5	1.517.450	115.736	2.201
DP 6	3	5	3	3	259.548	110.191	394

DP: Design Point

Además, se utilizó como parámetro de convergencia de la simulación,

- La presión estática sobre las caras de la cuchara.
- Las fuerzas resultantes de la acción del chorro sobre la cuchara en el eje y y z. La resultante sobre el eje x no se consideró ya que la simulación presentó demoras considerables en la convergencia del resultado. Probablemente debido a su oscilación alrededor de cero. Recordar que, idealmente, la resultante de la fuerza en x es nula.

El criterio de corte de la simulación se mantuvo como lo define en programa por defecto. El simulador calcula el “delta” de los últimos dos valores calculados y los compara con el “criterio” durante un intervalo igual a 0.5 “travels” o viajes; si durante este período el delta se hace menor que el criterio, entonces el programa considera que la simulación converge.

El criterio por defecto se define como un 3% del último valor calculado de la variable objetivo. Además, el programa define como “travel” al paso de una partícula de fluido por el dominio computacional. Si una partícula pasa una vez por el dominio, equivale a un travel.

Los resultados obtenidos del estudio se resumen en los siguientes gráficos dónde “SG AV” son “Surface Goals Average” u objetivos promedio de superficie.

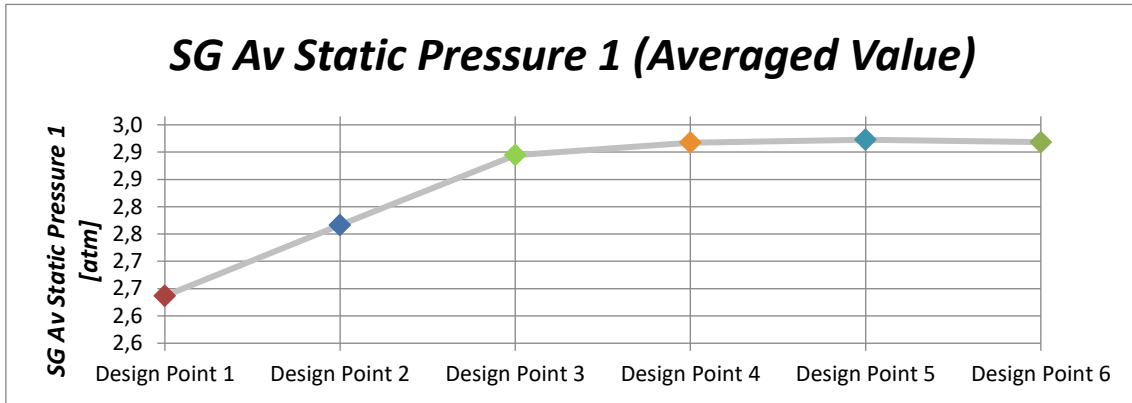


Figura 34. Presión promedio sobre las caras de la cuchara para los distintos niveles de mallado.

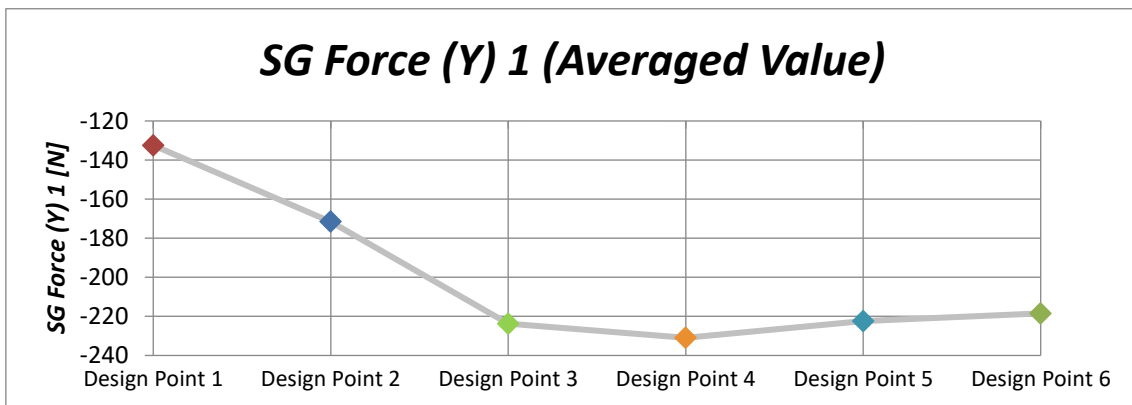


Figura 35. Componente de la fuerza media y.

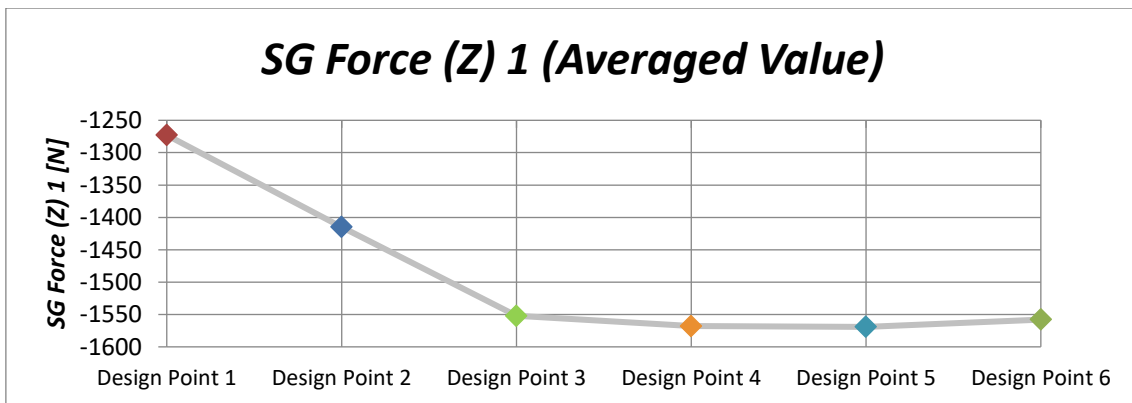


Figura 36. Componente de la fuerza media z.

Conclusiones sobre los resultados obtenidos:

- Se observa que para los tres parámetros de convergencia evaluados en las simulaciones se alcanza la estabilidad en los resultados; incluso con el punto de diseño DP6 que posee una menor cantidad de celdas como se mostró en la Tabla 11.
- A pesar de la diferencia notable en el número de celdas de los últimos 4 puntos de diseño, no se apreciaron grandes cambios en los resultados obtenidos. Por ejemplo, la diferencia entre el DP6 y el DP3 fue de 0,8% para la presión, 0,4% para la fuerza en z y -2,4% para la fuerza en y. Si se compara este hecho con el tiempo demorado en cada simulación, 25 segundos para DP3 contra 394 segundos para DP6, es posible concluir que no tiene sentido mallar el dominio con niveles tan altos como los

propuesto en DP5. Un mallado como el propuesto en DP3, DP4 o DP6 será suficiente para el presente estudio.

En el anexo 7 se adjuntan imágenes de los mallados realizados.

#### 4.4.2 Elección entre los dos modelos de cuchara propuestos

Como se mencionó en el apartado 4.3.5, se propusieron dos modelos de cuchara en función de los parámetros presentados por (Eisenring, 1991). En el presente apartado se simulará ambos modelos para seleccionar aquel que presente mejor performance.

Las simulaciones se realizaron siguiendo los lineamientos presentados 4.4.1, tanto para los niveles de mallado como para la ubicación de la cuchara.

Se simuló una región limitada del rodete, con la turbina detenida y dónde una única cucharada recibe el chorro completo, ver Figura 37.

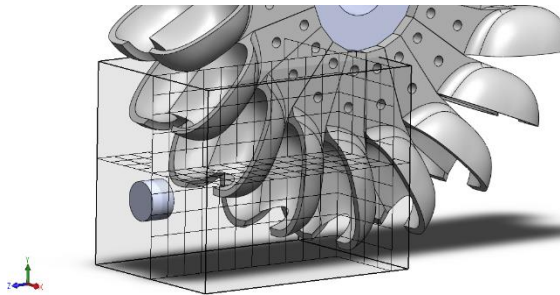


Figura 37. Dominio computacional analizado.

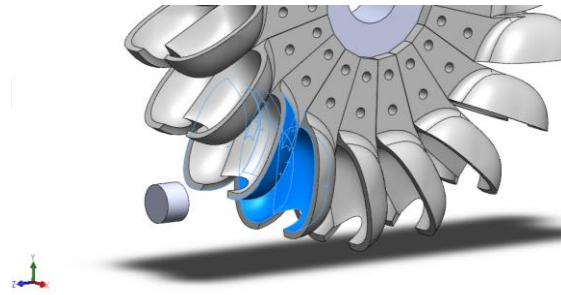


Figura 38. Superficies para el cálculo de los torques.

Se definieron como parámetros de cálculo el torque positivo y el torque negativo sobre las superficies que se muestra en la Figura 38.

Los resultados obtenidos se presentan en la siguiente la Tabla 12,

Tabla 12. Comparación entre ambos modelos.

Goal (Value)	Cuchara del rango máximo	Cuchara del rango mínimo
GG Torque (X) [N*m]	232,552	185,695
SG Torque negativo [N*m]	-1,121	-7,528
SG Torque positivo [N*m]	226,275	184,212
SG Force (Z) [N]	- 1580,611	-1280,024
SG Force (Y) [N]	221,915	-86.019

- i. \*Resultados tal cual los arroja el programa.
- ii. \*SG AV: Surface Goal Average.
- iii. \*GG: Global Goals.

De la Tabla 12 se observa que la cuchara de mayor tamaño es superior a la más pequeña en todos los objetivos calculados. Por lo tanto, desde este punto en adelante se continuará trabajando con la cuchara del rango máximo.

También se puede observar que el torque negativo para la cuchara de mayor tamaño es lo suficientemente bajo para considerar que el ángulo de salida de 75° es aceptable.

#### 4.4.3 Comparativa con la teoría unidimensional

Como se mostró en el apartado 4.3.4, se calculó la fuerza que ejerce el agua sobre la cuchara a partir de la teoría unidimensional. Se mencionó que dicha teoría se basa en ciertas hipótesis que permiten simplificar el problema hasta el punto en que es posible calcular la fuerza ejercida por el agua de una manera sencilla. En contrapartida, la teoría solo es capaz

de predecir el valor de la fuerza en el sentido del eje z, mientras que las simulaciones nos brindan la fuerza del jet de agua en todos los ejes coordenados.

En este punto es posible comparar los resultados obtenidos a partir de la teoría con los resultados de la simulación.

La teoría predice que el jet de agua ejerce una fuerza en z con la turbina detenida igual a,

$$F_z = \dot{m}c(1 + \cos(\beta_2)) = 1832,9 \text{ N} \quad (80)$$

Y la simulación arrojó un valor de la fuerza en z de  $|F_z| = 1580,6 \text{ N}$ , lo que representa una diferencia porcentual del 13,76%. Como ya se mencionó, esta diferencia se debe a que la simulación es capaz de representar el flujo del agua sobre la cuchara, mientras que la teoría unidimensional solo tiene en cuenta una línea de corriente y se asume que todo el flujo sigue dicha trayectoria. De la Figura 39 a la Figura 42 se muestran imágenes de la simulación donde se graficaron 200 líneas de corriente que permiten visualizar la diferencia entre la teoría unidimensional y la simulación. Las distintas tonalidades de las líneas de corriente representan el módulo de la velocidad, donde el color rojo son las mayores velocidades y el color azul las menores velocidades. La escala se muestra en Figura 43.

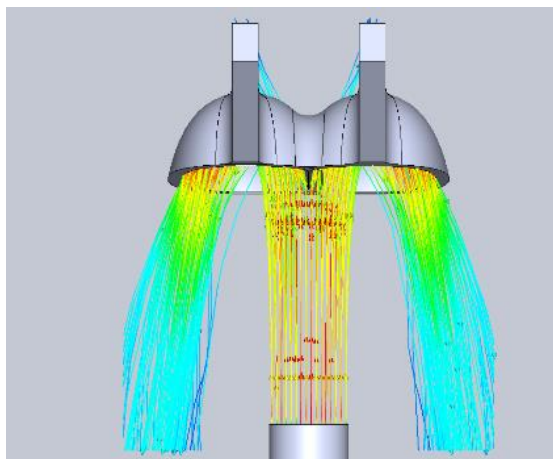


Figura 39. Vista superior

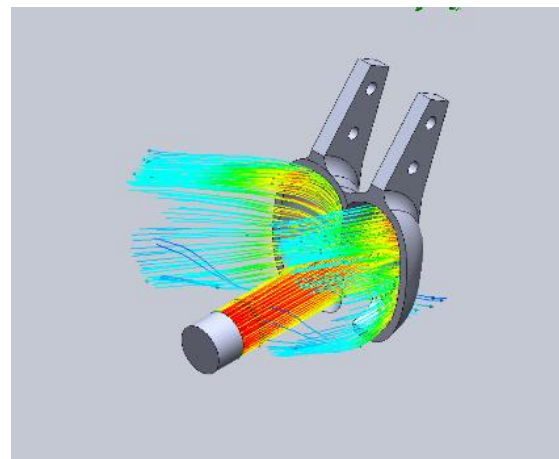


Figura 40. Vista isométrica.

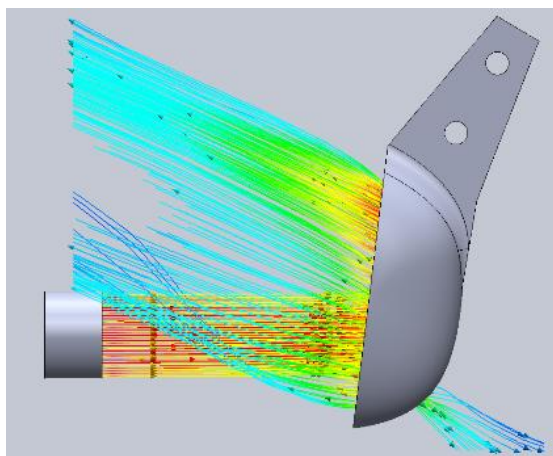


Figura 41. Vista derecha.

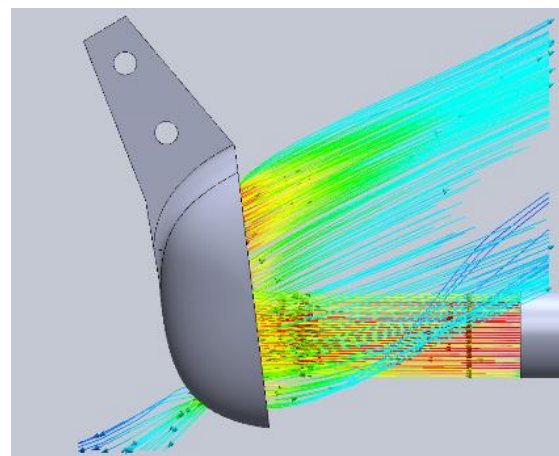


Figura 42. Vista izquierda.



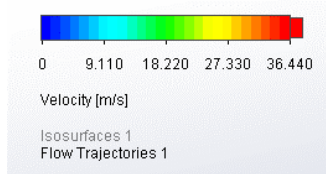


Figura 43. Escala de velocidades.

## 4.5 ANÁLISIS TENSIONAL

Se realizó la verificación de las tensiones para la cuchara en posición estática y en movimiento. Primero se analizará la cuchara estática y luego en movimiento.

### 4.5.1 Cuchara estática

Se realizó el análisis de tensiones para la turbina detenida. En esta posición la cuchara recibe toda la energía del agua, y, por lo tanto, la cuchara se encuentra bajo las máximas solicitaciones posibles por efecto del agua. Sin embargo, como se verá más adelante, cuando la turbina se pone en movimiento, el efecto del agua disminuye y el módulo de la fuerza centrífuga se incrementa, tornándose comparable con la fuerza ejercida por el agua.

La posición seleccionada para realizar el análisis es aquella en la cual una sola cuchara recibe completamente el chorro de agua. A partir del diseño planteado para la turbina se obtiene que la posición de interés es la siguiente,

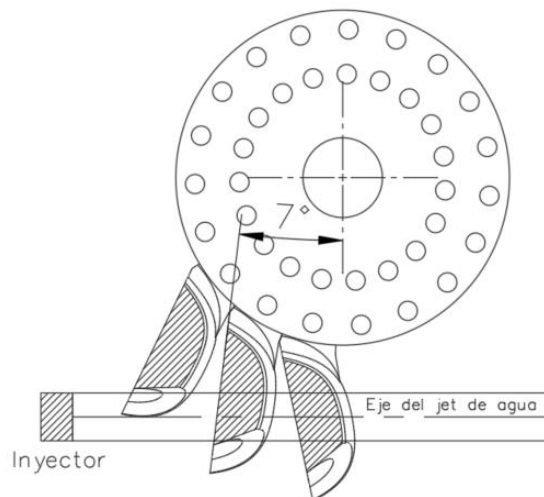


Figura 44. Corte transversal de la Turbina y ubicación de las cucharas.

De la Figura 44 se puede observar como el filo de la primera cuchara de la izquierda está a punto de entrar en contacto con el chorro de agua.

Con esta posición de la cuchara se realizaron las simulaciones fluidodinámicas y los resultados se utilizaron para dimensionar los pernos y para realizar las simulaciones de tensiones sobre la cuchara.

#### 4.5.1.1 DIMENSIONAMIENTO DE LOS PERNOS

Para dimensionar los pernos se deben analizar dos situaciones. Una donde a los pernos se les aplica la precarga necesaria para sujetar las partes con firmeza, y otra, donde por cuestiones operativas de la turbina (vibraciones y sucesivos impactos del agua), la precarga se pierde y los pernos pasan a trabajar a corte puro y aplastamiento. En este último caso, también se debe verificar el aplastamiento de los brazos de la cuchara.

#### 4.5.1.1.1 Pernos con precarga

En toda unión atornillada los pernos se precargan para que la fricción generada entre las partes sea quien toma toda la carga aplicada. De acuerdo a las recomendaciones mencionadas en los libros de cálculo (Richard G. Budynas, 2008), la precarga para conexiones no permanentes (pernos reutilizables) se calcula como  $F_i = 0.75F_p$ , donde  $F_p$  es la carga de prueba que se obtiene de la ecuación  $F_p = A_t S_p$ . Aquí  $S_p$  es la resistencia de prueba que se calcula como  $S_p = 0.85\sigma_{fl}$  (85% de la tensión de fluencia del perno) y  $A_t$  es el área de prueba del perno. De esta manera, se propone utilizar pernos de rosca métrica y cabeza hexagonal, de acero inoxidable austenítico clase 70 A2 DIN 931, con una tensión de fluencia de  $\sigma_{fl} = 450 \text{ MPa}$  y una tensión de rotura de  $\sigma_R = 700 \text{ MPa}$ .

Luego la fricción generada por la fuerza de pretensado es igual a  $F_{fr} = F_i \mu$ , donde  $\mu$  es el coeficiente de fricción entre el disco y los brazos de la cuchara. Shigley (Richard G. Budynas, 2008) recomienda utilizar un coeficiente de fricción igual a 0,15 cuando los elementos involucrados en la unión son acero duro y hierro fundido. Luego, la fuerza de pretensado que se obtendría para distintos diámetros de pernos se resume a continuación.

Tabla 13. Fricción generada por el pretensado del perno.

$\emptyset$	ÁREA DE PRUEBA, $A_t$ [mm <sup>2</sup> ]	FUERZA DE PRETENSADO, $F_i$ [N]	FUERZA DE FRICCIÓN [N]
<b>M8</b>	36,6	10500	1575
<b>M10</b>	58	16639	2496
<b>M12</b>	84,3	24184	3628

Como se puede observar, se debe seleccionar pernos M10 para resistir una fuerza de aproximadamente 1800 N cuando la turbina se encuentra detenida, ver ecuación (80).

#### 4.5.1.1.2 Pernos sin precarga

Como se mencionó, cuando se pierde la precarga los pernos deben verificarse a corte y aplastamiento; mientras que los brazos de la cuchara solamente a aplastamiento. Para el diseño presentado aquí no existe la posibilidad de desgarramiento de los orificios de la cuchara porque no existe espacio físico para que ocurra este fenómeno. El diseño de los brazos se pensó para que se genere una traba mecánica entre las cucharas.

En la Tabla 12 se mostró que el jet de agua ejerce dos componentes de fuerza sobre la cuchara,  $F_y$  y  $F_z$  (la componente  $F_x$  se anula a sí misma). En la Figura 45 se muestran las fuerzas actuantes sobre la cuchara. Se puede observar que las fuerzas son excéntricas respecto del centro de pivote de los agujeros, con lo cual se debe aplicar un método de cálculo particular para determinar las fuerzas existentes sobre los pernos.

El método para calcular la carga total tomada por cada perno consiste en tres pasos. Los mismos se describen a continuación y se pueden encontrar en los libros de cálculos de elementos de máquinas, (Norton, 2011) y (Richard G. Budynas, 2008).

**1° Corte primario.** Se supone que la carga se divide igualmente entre los pernos, de manera que cada uno toma  $F' = \frac{V}{n}$ , donde  $n$  se refiere al número de pernos,  $V$  es la carga del agua (osea  $F_z$  y  $F_y$ ) y  $F'$ , es la **carga directa** o **cortante primario**. Observar que una distribución igual de la carga para los pernos supone elementos absolutamente rígidos.

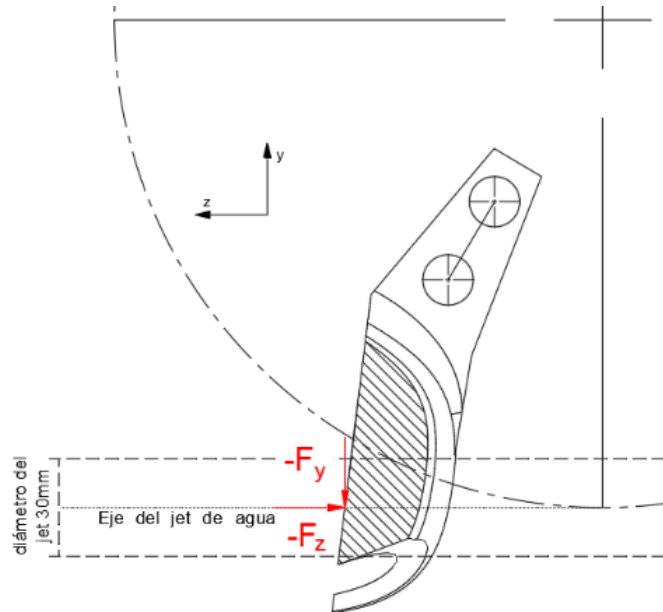


Figura 45. Fuerzas sobre la cuchara.

2° **Corte secundario**, se define como la carga adicional sobre cada perno debida al momento respecto del centroide de los agujeros y se calcula de la siguiente manera,

$$F_n'' = \frac{Mr_n}{r_A^2 + r_B^2 + \dots}$$

Donde el subíndice n se refiere al perno en particular cuya carga se va a determinar.

*Obs: las fuerzas del corte secundario siempre serán perpendiculares al radio que une el centroide con el centro del agujero del perno.*

3° En el tercer paso, se suman el **corte primario y secundario** en forma vectorial para obtener la carga resultante en cada perno.

Antes de proceder con el método, se debe calcular el centroide de los dos agujeros. Para ello se coloca un sistema de referencia en el agujero inferior con uno de los ejes sobre la línea que une los centros de los agujeros como sigue,

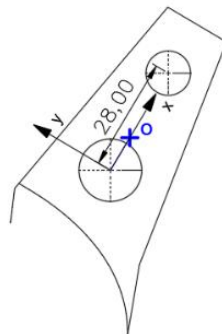


Figura 46. Centroide de área.

El centroide se calcula con las siguientes fórmulas,

$$\bar{x} = \frac{\sum A_i x_i}{\sum A_i} = \frac{A_1 x_1 + A_2 x_2}{A_1 + A_2} \quad (81)$$

$$\bar{y} = \frac{\sum A_i y_i}{\sum A_i} = 0 \quad (82)$$

$\bar{y} = 0$  porque los centros están sobre  $y=0$ .

Donde  $A_i$  son las áreas de los agujeros. Para el diseño de la cuchara se decidió que los dos agujeros de los pernos sean iguales para que la fabricación de la cuchara resulte más sencilla y para tener pernos de repuesto de una sola medida. Por ende, las áreas son iguales y el centroide queda justo en el punto medio entre los dos agujeros, osea a 14 mm.

El siguiente paso es trasladar las fuerzas al centroide con la ayuda del diagrama de cuerpo libre de la Figura 47,

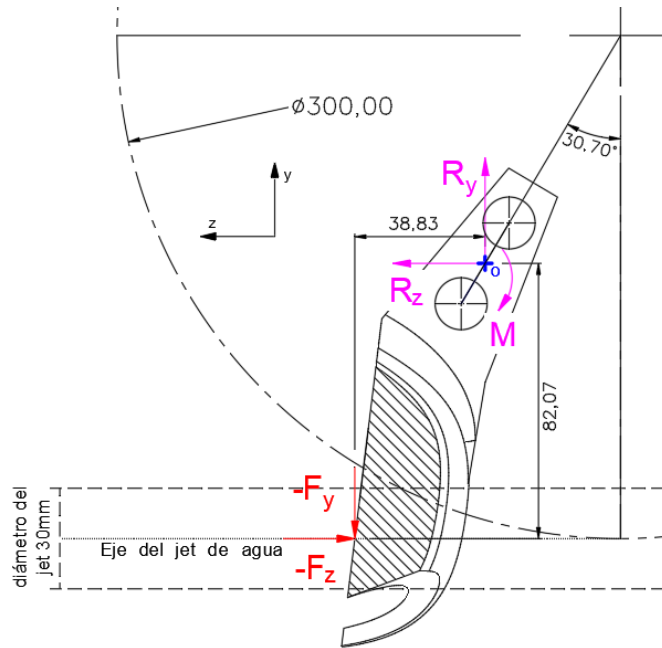


Figura 47. Diagrama de cuerpo libre para trasladar las fuerzas al centroide.

Recordar que las fuerzas ejercidas por el agua son  $F_z = -1580.6 N$  y  $F_y = -221.9 N$ . Además, estas fuerzas se deben que dividir por dos ya que se supondrá que cada brazo toma la mitad de las cargas. Entonces a partir de las ecuaciones del equilibrio se obtiene,

$$\sum F_z = 0: \quad R_z - F_z = 0 \rightarrow R_z = F_z = \frac{1580.6}{2} N = 790.30 N \quad (83)$$

$$\sum F_y = 0: \quad R_y - F_y = 0 \rightarrow R_y = F_y = \frac{221.9}{2} N = 110.96 N \quad (84)$$

$$\sum M = 0: \quad M = 82.07 \text{ mm} * F_z + 38.83 \text{ mm} * R_y \quad (85)$$

$$M = (0.08207 \text{ m})(790.30 N) + (0.03883 \text{ m})(110.96 N) \quad (86)$$

$$= 69.2 \text{ Nm}$$

Se calcula el corte primario y secundario teniendo en cuenta que las reacciones en cada perno serán iguales y opuestas a las fuerzas aplicadas en el centroide como se muestra en Figura 48.

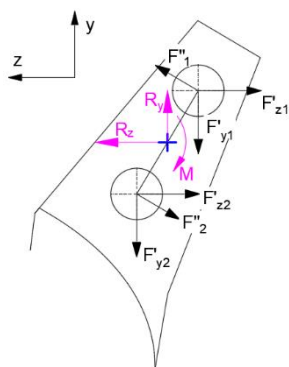


Figura 48. Fuerzas en el centroide y sobre los pernos.

Los resultados son,

Tabla 14. Corte primario y secundario sobre los pernos.

	Perno 1 (superior)		Perno 2 (inferior)	
	Componente y	Componente z	Componente y	Componente z
Corte primario [N]	-55,48	-395,15	-55,48	-395,15
Corte secundario [N]	2470,2		2470,2	

Ahora se realiza la proyección del corte secundario sobre los ejes coordenados para después hacer la composición de fuerzas.

Tabla 15. Resultante de la fuerza de corte en cada perno.

	Perno 1 (superior)	Perno 2 (inferior)
Componente y [N]	1205,7	-1316,6
Componente z [N]	1728,9	-2519,2
Resultante [N]	$R_1 = 2107,8$	$R_2 = 2842,5$

Con las fuerzas resultantes en el plano yz se pueden calcular las tensiones de corte y aplastamiento sobre el perno, y el aplastamiento de los brazos de la cuchara.

#### 4.5.1.1.2.1 Verificación de los pernos a corte directo

Se utiliza la fórmula para corte directo

$$\tau_i = \frac{R_i}{A_t} \quad (87)$$

Dónde,

- $R_i$ , es la fuerza de corte en cada perno.
- $A_t$ , es el área prueba del perno. Para un perno M10,  $A_t = 58 \text{ mm}^2$ .
- $\tau_i$ , es la tensión de corte sobre cada perno.

Por otro lado, el coeficiente de seguridad se calcula de acuerdo con el criterio de la energía de distorsión (Richard G. Budynas, 2008) con la siguiente fórmula,

$$cs_i = \frac{0,557\sigma_{fl}}{\tau_i} \quad (88)$$

Dónde,

- $cs$ , es el coeficiente de seguridad.
- $\sigma_{fl}$ , es la tensión de fluencia del perno.  $\sigma_{fl} = 450 \text{ MPa}$ .

De esta manera, los coeficientes de seguridad a corte directo para cada perno son,

Tabla 16. Coeficiente de seguridad al corte para los pernos sin precarga.

	Tensión de corte $\tau$ [MPa]	Cs	Obs.
Perno superior	$\tau_{zy1} = \frac{R_1}{A_t} = \frac{2107,8 \text{ N}}{58 \text{ mm}^2} = 36,3 \text{ MPa}$	7,1	Verifica
Perno inferior	$\tau_{zy2} = \frac{R_2}{A_t} = \frac{2842,5 \text{ N}}{58 \text{ mm}^2} = 49,0 \text{ MPa}$	5,3	Verifica

#### 4.5.1.1.2.2 Verificación al aplastamiento

Son típicamente tensiones de compresión y se calculan usando el área proyectada. Estas tensiones se deben calcular para los pernos y los brazos. Ambos comparten el área proyectada  $A_{proyectada} = d * l$  dónde  $d$  es el diámetro del perno y  $l = 10 \text{ mm}$  es el ancho del brazo. Las tensiones de compresión se calculan como sigue,

$$\sigma_i = \frac{R_i}{A_{proyectada}} \quad (89)$$

El coeficiente de seguridad ( $cs$ ) se calcula cómo,

$$cs_i = \frac{\sigma_{fl}}{\sigma_i} \quad (90)$$

Donde,

- $\sigma_{fl}$ , es la tensión de fluencia. En este caso la tensión de fluencia es de 1400 MPa para la cuchara y 450 MPa para los pernos.

Tabla 17. Tensiones y coeficiente de seguridad para el aplastamiento de los pernos y los brazos.

	Tensión de compresión por aplastamiento [MPa]	Cs para los pernos	Cs para los brazos de la cuchara	
Perno superior	$\sigma_1 = \frac{R_1}{d * l} = \frac{2107,8 \text{ N}}{10 \text{ mm} * 10 \text{ mm}} = 21,1 \text{ MPa}$	21,3	66,4	Verifica
Perno inferior	$\sigma_1 = \frac{R_1}{d * l} = \frac{2842,5 \text{ N}}{10 \text{ mm} * 10 \text{ mm}} = 28,4 \text{ MPa}$	15,8	49,3	Verifica

#### 4.5.1.2 SIMULACIÓN DE LA TURBINA ESTÁTICA CON PRECARGA EN LOS PERNOS

Para resolver este caso de estudio con el simulador se repitieron las condiciones analizadas hasta ahora, donde la turbina se encuentra detenida y el chorro de agua impacta en una sola cuchara como se muestra en la Figura 44. Para la simulación fluidodinámica se utilizó la velocidad a la salida del inyector  $c = k_c \sqrt{2gH} = 0,98 \sqrt{2 * 9,81 * 70} = 36,32 \text{ m/s}$  (velocidad absoluta del agua para la condición de turbina detenida). En estas condiciones, se realizó la simulación fluidodinámica y con los resultados obtenidos se realizó la simulación de tensiones. Además, como condiciones de contorno se colocaron los pernos M10 con su correspondiente fuerza de pretensado, se incorporaron dos cucharas adyacentes a la que recibe el agua y se colocó como restricción, un punto fijo sobre el eje, como se muestra en la Figura 49. El disco se dimensionó con un ancho igual a la separación interna entre los brazos de las cucharas y los agujeros se realizaron con un diámetro de 11 mm para que existe cierto margen libre para su ubicación.

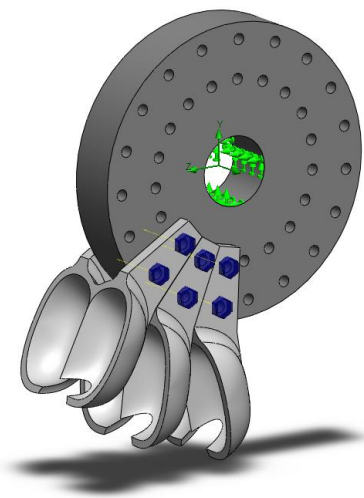


Figura 49. Restricciones colocadas para la simulación de tensiones.

#### 4.5.1.2.1 Mallado

El mallado de los sólidos en estudio fue el siguiente,

Model name: disco+cuchara  
Study name: H=70m e=5mm MB(e=5mm MB)  
Mesh type: Solid Mesh

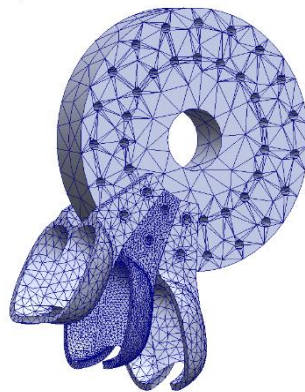


Figura 50. Mallado de los elementos.

Cabe aclarar que, en las simulaciones de tensiones no es necesario realizar un análisis de la convergencia de los resultados, solo se debe procurar que el nivel de mallado sea lo suficientemente fino para capturar de la mejor manera posible la geometría de la cuchara. Con esta premisa, se aplicaron 3 niveles de mallado. El mallado más grueso se aplicó al disco

de la turbina ya que no es un componente principal en este trabajo. El detalle de esta malla se muestra en la Figura 51. Luego, se aplicaron otros dos niveles de mallado. El mallado más fino de los tres se aplicó a la cuchara que recibe el agua, ver Figura 52, y otro mallado intermedio se aplicó a las cucharas adyacentes, ver Figura 53.

Mesh Details	
Study name	H=70m e=5mm M8 (-e=5mm M8-)
Mesh type	Solid Mesh
Mesher Used	Curvature-based mesh
Jacobian points for High quality mesh	16 points
Mesh Control	Defined
Max Element Size	100 mm
Min Element Size	20 mm
Mesh quality	High
Total nodes	91982
Total elements	55600
Maximum Aspect Ratio	452.03
Percentage of elements with Aspect Ratio < 3	92.4
Percentage of elements with Aspect Ratio > 10	0.131
% of distorted elements (Jacobian)	0
Number of distorted elements	0
Remesh failed parts with incompatible mesh	Off
Time to complete mesh(hh:mm:ss)	00:00:04
Computer name	

Figura 51. Detalles del mallado del disco.

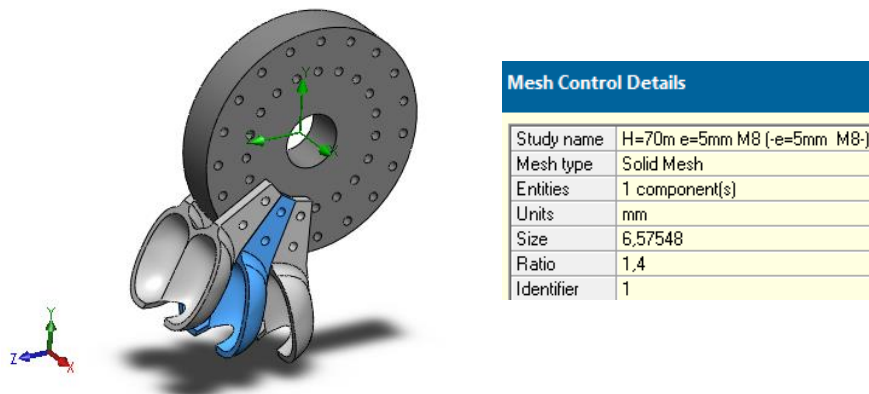


Figura 52. Malla fina para la cuchara que recibe el agua.

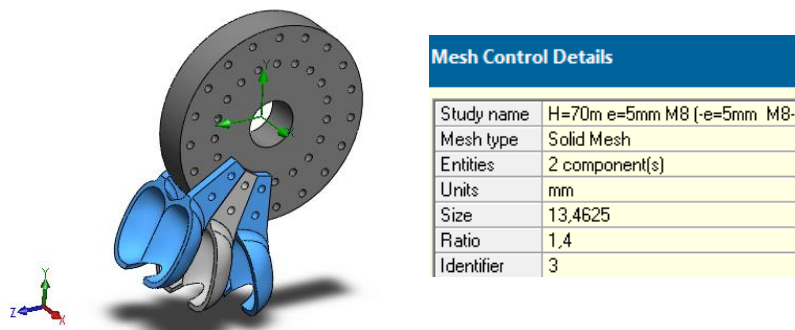


Figura 53. Malla intermedia para las cucharas adyacentes.

También se aplicó un control de mallado en la arista de los agujeros para obtener más detalle de estas zonas. Ver Figura 54.



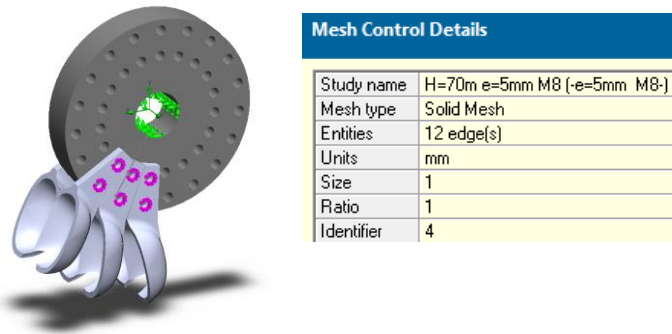


Figura 54. Control de malla para los agujeros.

#### 4.5.1.2.2 Tensiones

El resultado de la simulación de tensiones para el conjunto disco y cucharas es el siguiente,

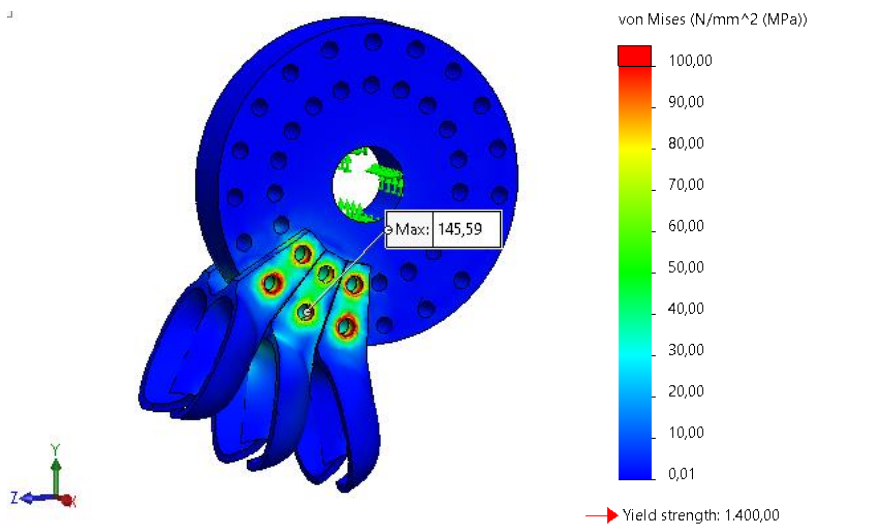


Figura 55. Tensiones en disco y cucharas.

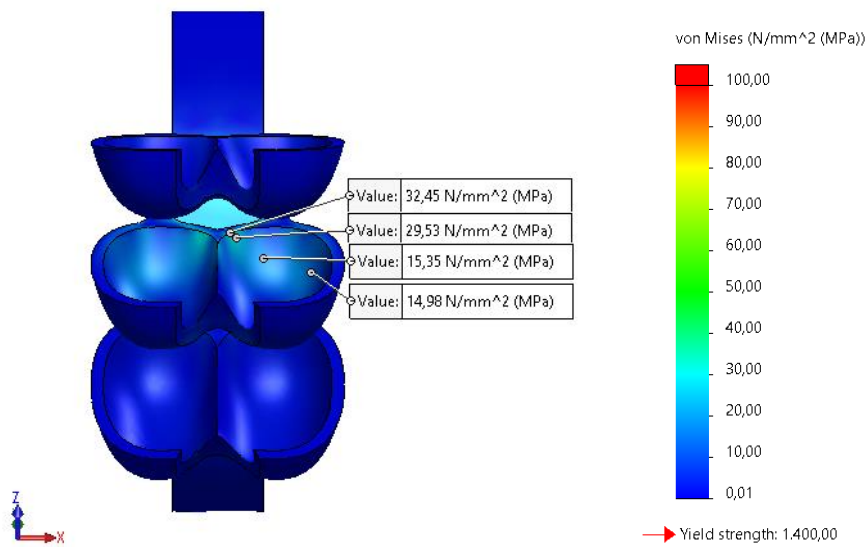


Figura 56. Tensiones en disco y cucharas

De la Figura 55 se puede ver en color rojo que las tensiones mayores a 100 MPa ocurren debajo de la cabeza de los pernos y tuercas. Luego, en la Figura 56 se puede observar que la cuchara central, la cual recibe el agua, es la que presenta el mayor estado tensional. Las otras dos cucharas solo presentan tensiones de compresión en las zonas de los pernos, causadas por el pretensado de los mismos. También se puede observar que no existen concentraciones de tensión que requieran mayor atención.

#### 4.5.1.2.3 Desplazamientos

En la Figura 57 se puede ver que el desplazamiento máximo ocurre en el extremo inferior de la cuchara, mientras que en la zona comprendida entre las dos sujeciones no existe desplazamientos, lo cual es razonable. La mayor deflexión es de 0,06 mm (desplazamiento absoluto, considera el aporte de cada una de las componentes (x,y,z)).

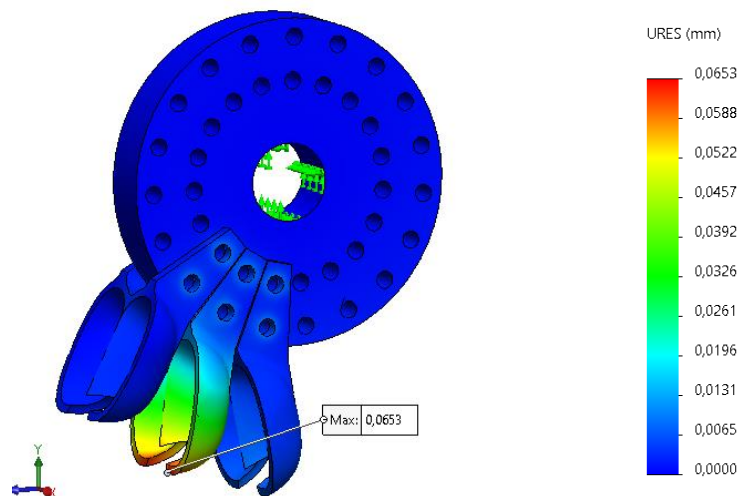


Figura 57. Desplazamientos máximos.

#### 4.5.1.2.4 Factores de seguridad de la cuchara

En la Figura 58 se puede ver que el coeficiente de seguridad mínimo es de 9,6 para el orificio inferior de la cuchara que recibe el agua. Por lo tanto, es posible decir que la cuchara no falla por carga estática cuando la turbina está detenida y recibe el chorro de agua.

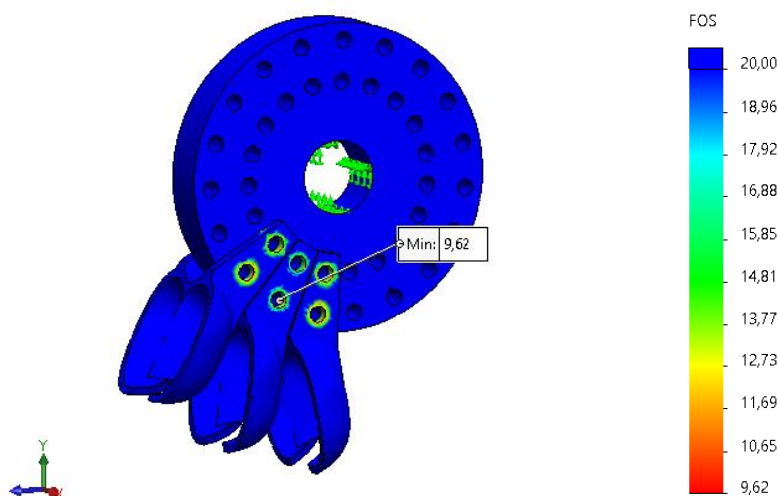


Figura 58. Coeficiente de seguridad mínimo para las cucharas y el disco.

#### 4.5.1.2.5 Factores de seguridad de los pernos

En la Figura 59 se observa que los pernos propuestos M10, no fallan bajo carga estática. La coloración verde de la tabla es la forma que tiene el programa de indicar su aptitud para las cargas simuladas. De la misma se puede observar que todos los pernos tienen la fuerza de pretensado como carga principal (axial); mientras que las cargas de corte y flexión son muy pequeñas. Esto se debe a que la fuerza de fricción está tomando la mayor parte de la carga y no es transmitida a los pernos. Luego, en la Figura 60 se muestran los factores de seguridad calculados para cada perno junto con el factor mínimo que se le pide al programa ("Desired FOS").

Type	X-Compon	Y-Compon	Z-Compon	Resultant	Connector
Shear Force (N)	0	-17,338	17,043	24,311	Counterbore with Nut-7
Axial Force (N)	16.592	0	0	16.592	Counterbore with Nut-7
Bending moment (N.m)	0	0,3906	0,12145	0,40905	Counterbore with Nut-7
Shear Force (N)	0	-0,84283	14,084	14,109	Counterbore with Nut-8
Axial Force (N)	16.587	0	0	16.587	Counterbore with Nut-8
Bending moment (N.m)	0	0,11097	-0,034888	0,11633	Counterbore with Nut-8
Shear Force (N)	0	-23,74	5,8561	24,452	Counterbore with Nut-9
Axial Force (N)	16.613	0	0	16.613	Counterbore with Nut-9
Bending moment (N.m)	0	-0,095105	0,41454	0,42531	Counterbore with Nut-9
Shear Force (N)	0	6,0654	-15,83	16,952	Counterbore with Nut-10
Axial Force (N)	16.600	0	0	16.600	Counterbore with Nut-10
Bending moment (N.m)	0	-0,25023	-0,1697	0,30235	Counterbore with Nut-10
Shear Force (N)	0	-4,3419	-72,144	72,274	Counterbore with Nut-11
Axial Force (N)	16.530	0	0	16.530	Counterbore with Nut-11
Bending moment (N.m)	0	-1,1852	0,002651	1,1852	Counterbore with Nut-11
Shear Force (N)	0	16,793	5,9917	17,83	Counterbore with Nut-12
Axial Force (N)	16.613	0	0	16.613	Counterbore with Nut-12
Bending moment (N.m)	0	0,032913	-0,28612	0,28801	Counterbore with Nut-12

Figura 59. Coeficiente de seguridad de los pernos.

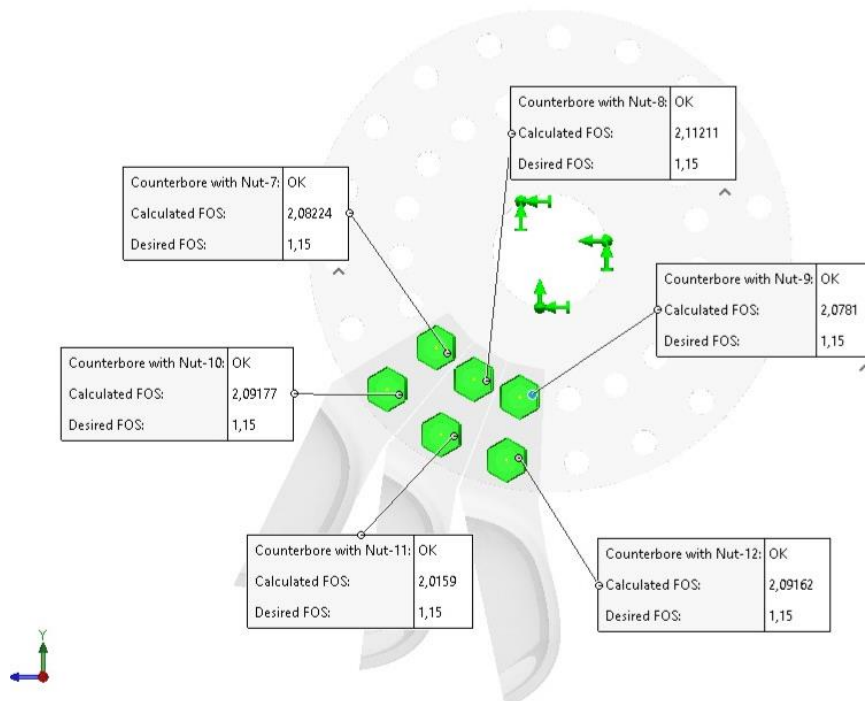


Figura 60. Factores de seguridad de los pernos.

#### 4.5.1.2.6 Conclusión

De la simulación se puede observar que ni las cucharas ni los pernos fallan por carga estática con la turbina detenida y con precarga en los pernos.

#### 4.5.1.3 SIMULACIÓN DE LA TURBINA ESTÁTICA SIN PRECARGA EN LOS PERNOS

Al considerar que los pernos perdieron la precarga se debe cambiar la configuración de los pernos en el programa, indicando ahora que su fuerza de pretensado es cero y que no existe fricción entre la cuchara y el disco. De esta manera los resultados obtenidos se muestran a continuación.

##### 4.5.1.3.1 Mallado

Se utilizó el mismo nivel de mallado que en 4.5.1.2.

##### 4.5.1.3.2 Tensiones

En la Figura 61 se observa el cambio en la distribución de tensiones sobre la cuchara central comparado con el caso donde los pernos tienen precarga. En aquel caso, las máximas tensiones tenían forma de círculos concéntricos a los agujeros; mientras que ahora la distribución de tensiones tiene forma elíptica con mayor intensidad en el perno inferior. Esto se corresponde con los resultados obtenidos a partir de la teoría de cálculo y mostrados en la Tabla 15, donde el perno inferior presenta la mayor carga.

También se puede observar en la Figura 62 que el perno superior presenta una concentración de tensiones sobre el lado izquierdo. El motivo de esta concentración de tensiones es que los agujeros tanto del disco como de la cuchara son de 11 mm de diámetro, mientras que el diámetro nominal de los tornillos es de 10 mm; esto sumado al hecho de que no existe fuerza de pretensado que apriete las partes, da como resultado un giro de la cuchara causando que el perno superior apoye más la cara izquierda que la derecha, y al contrario en el perno inferior.

Por último, la máxima tensión es de  $\sigma = 89,49 \text{ MPa}$ , valor inferior al caso con precarga. Nuevamente, esto se debe a la ausencia de precarga ya que no existe componente de fuerza axial debajo de la cabeza del perno.

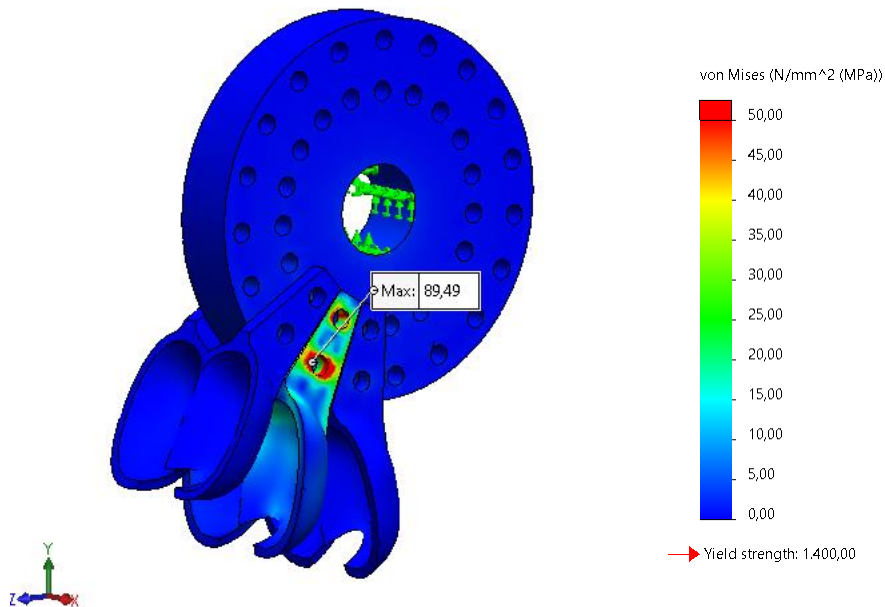


Figura 61. Tensiones con pernos sin la precarga y la turbina detenida.

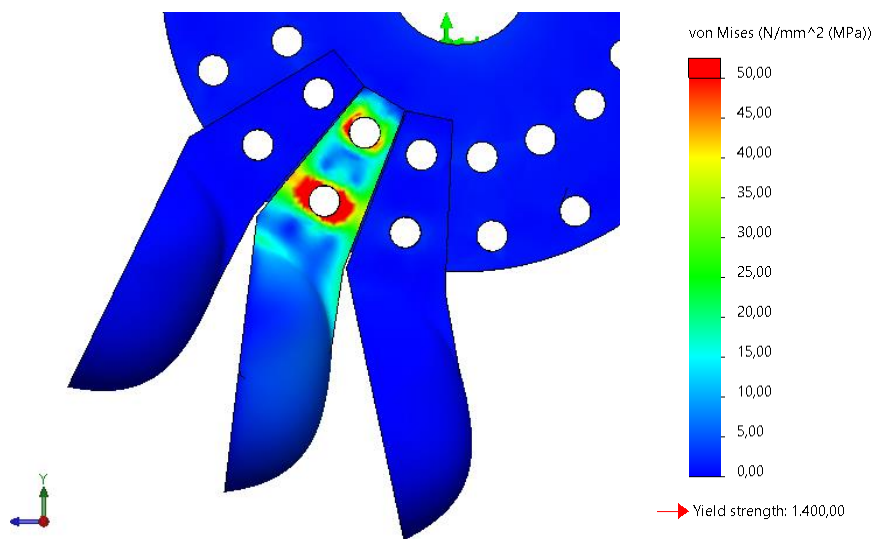


Figura 62. Tensiones con pernos sin la precarga y la turbina detenida.

#### 4.5.1.3.3 Desplazamientos

La Figura 63 muestra que el desplazamiento máximo ocurre en el extremo inferior de la cuchara con un valor máximo de 0.53 mm. En el caso con precarga, el desplazamiento fue de 0,06 mm. Esta gran diferencia es debida primero a la holgura de los agujeros respecto del diámetro de los pernos, y segundo, a que la precarga de los pernos genera una rigidez mucho mayor que en una unión en ausencia de ella.

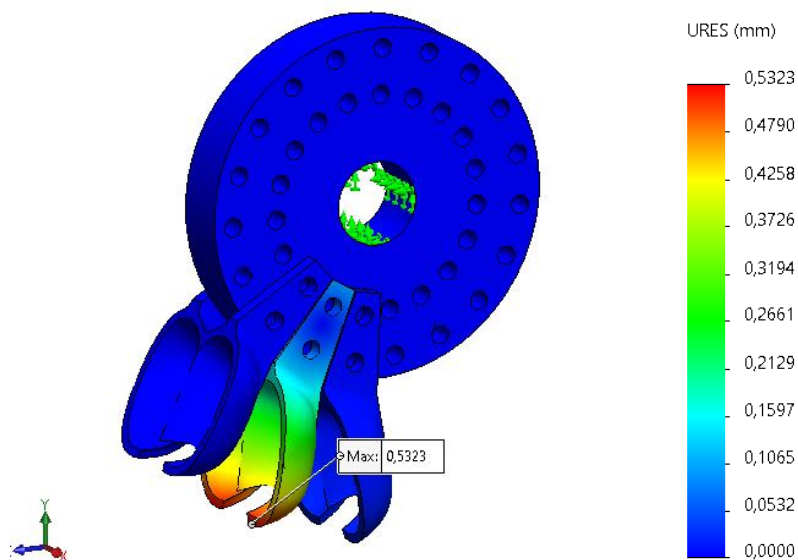


Figura 63. Desplazamientos con pernos sin precarga y a turbina detenida.

#### 4.5.1.3.4 Factor de seguridad de la cuchara

En la Figura 64 se observa que el factor de seguridad acompaña las tensiones mostradas en la Figura 61 y 62. El mínimo factor de seguridad es igual a 15,64 y se puede observar que también tiene forma elíptica alrededor del tornillo inferior. Con lo cual se puede concluir que la cuchara no falla bajo cargas estáticas cuando se pierde la fuerza de pretensado.

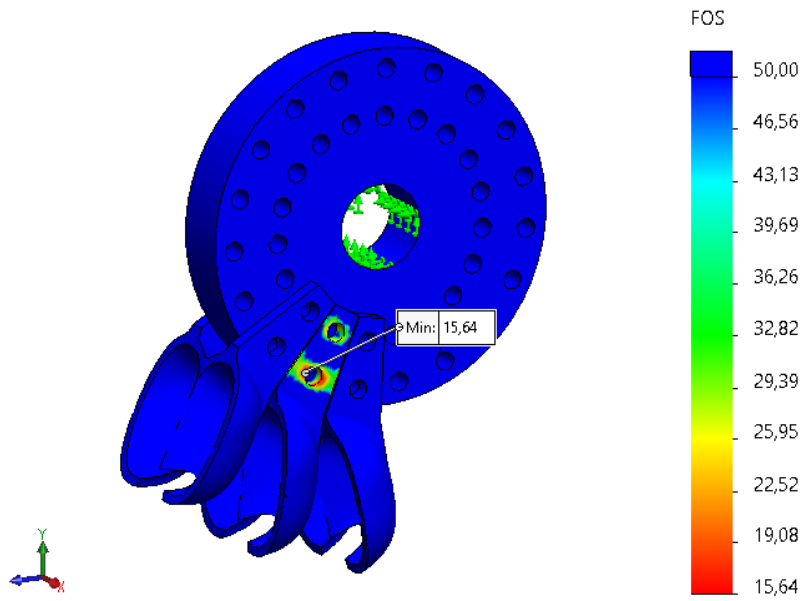


Figura 64. Factor de seguridad con turbina detenida y pernos sin precarga.

#### 4.5.1.3.5 Factores de seguridad de los pernos

En la Figura 66 se muestran los factores de seguridad calculado en cada perno y el “Desired FOS” que es el factor de seguridad contra el cual el programa compara. Como se observa todos los pernos verifican aun perdiendo la precarga. Luego, en la Figura 66 se muestran las cargas calculadas en cada perno. Se puede observar que los pernos de la cuchara central son los que presentan las mayores cargas, mientras que los demás pernos muestran cargas menores y son debido a la pequeña porción de agua desviada por la cuchara central que impacta sobre las cucharas aledañas.

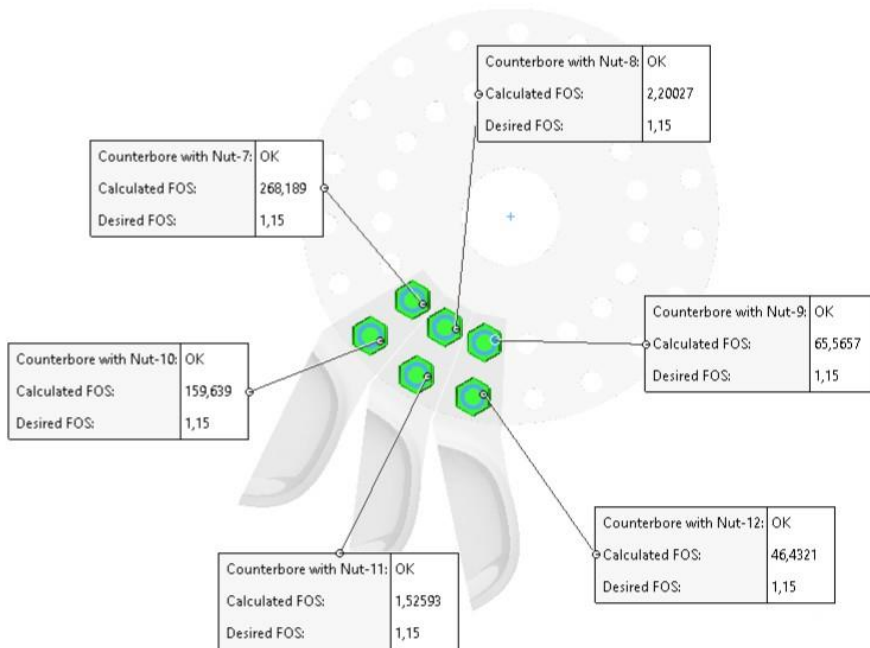


Figura 65. Coeficientes de seguridad calculados para turbina detenida y sin precarga en los pernos.

Type	X-Component	Y-Component	Z-Component	Resultant	Connector
Shear Force (N)	0	-11,517	-4,0464	12,208	Counterbore with Nut-7
Axial Force (N)	2,8315	0	0	2,8315	Counterbore with Nut-7
Bending moment (N.m)	0	-0,052326	0,15189	0,16065	Counterbore with Nut-7
Shear Force (N)	0	822,66	1,136,1	1.402,7	Counterbore with Nut-8
Axial Force (N)	776,35	0	0	776,35	Counterbore with Nut-8
Bending moment (N.m)	0	15,317	-11,329	19,051	Counterbore with Nut-8
Shear Force (N)	0	11,836	46,072	47,568	Counterbore with Nut-9
Axial Force (N)	26,677	0	0	26,677	Counterbore with Nut-9
Bending moment (N.m)	0	0,61707	-0,16398	0,63848	Counterbore with Nut-9
Shear Force (N)	0	10,885	16,908	20,109	Counterbore with Nut-10
Axial Force (N)	2,2625	0	0	2,2625	Counterbore with Nut-10
Bending moment (N.m)	0	0,23164	-0,15142	0,27674	Counterbore with Nut-10
Shear Force (N)	0	-933,25	-1.813,9	2.039,9	Counterbore with Nut-11
Axial Force (N)	569,95	0	0	569,95	Counterbore with Nut-11
Bending moment (N.m)	0	-25,093	12,774	28,157	Counterbore with Nut-11
Shear Force (N)	0	-10,96	-64,728	65,649	Counterbore with Nut-12
Axial Force (N)	24,127	0	0	24,127	Counterbore with Nut-12
Bending moment (N.m)	0	-0,90556	0,15507	0,91874	Counterbore with Nut-12

Figura 66. Cargas en pernos para turbina detenida y sin precarga en los pernos.

Las cargas de la figura anterior deberían ser comparables con las calculadas a partir de la teoría mostrada en 4.5.1.1.2.. Sin embargo, encontramos que no son muy similares. A continuación, se resumen las cargas de corte para resaltar las diferencias. Las cargas por flexión no se analizaron porque no se calcularon cargas de flexión en forma teórica.

Tabla 18. Comparativa de fuerzas de cortes teóricas y fuerzas simuladas sobre los pernos. Turbina detenida y pernos sin precarga.

		Componente y [N]	Componente z [N]	Resultante [N]
Cálculos teóricos	Perno 1 (superior)	1205,7	1728,9	2107,7
	Perno 2 (inferior)	-1316,6	-2519,2	2842,5
Simulación	Perno 1 (superior)	822,66	1136,1	1402,7
	Perno 2 (inferior)	-933,25	-1813,9	2039,9
Diferencia porcentual	Perno 1 (superior)	31,8%	34,3%	33,4%
	Perno 2 (inferior)	29,1%	28,0%	28,2%

Como se observa de la tabla, todas las diferencias porcentuales rondan el 30%. Esto es atribuible a que el cálculo teórico de las fuerzas de corte se realizó con sólo dos componentes de las fuerzas del agua y aplicadas en un punto particular de la cuchara (ver Figura 45), siendo que en realidad, la fuerza que ejerce el agua se distribuye sobre toda la superficie de la cuchara (método que utiliza el software para realizar sus cálculos). Para comprobarlo, se realizó una simulación más, pero esta vez se aplicaron las dos componentes de fuerzas utilizadas en el cálculo teórico en el punto de intersección del eje del jet de agua y el filo de la cuchara, como se muestra en la siguiente imagen.

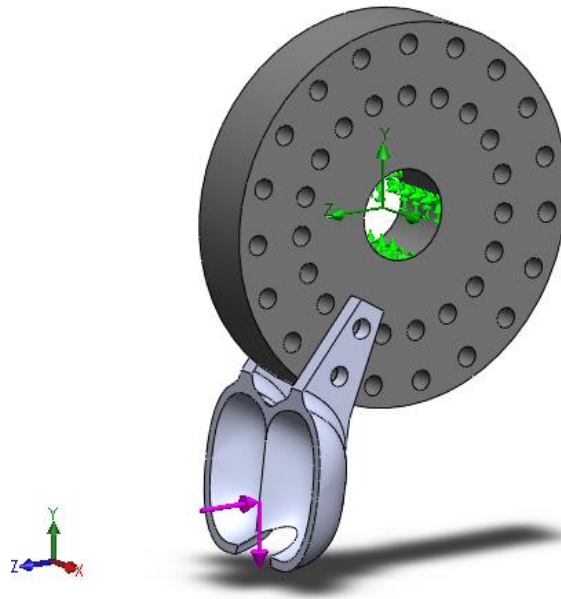


Figura 67. Fuerzas puntuales aplicadas sobre la cuchara.

Se realizó la simulación con esta configuración y el resultado obtenido fue el siguiente.

Connector Force				
Type	Resultant	X-Component	Y-Component	Z-Component
Shear Force (N)	2.593,7	0	-1.172,3	-2.313,6
Axial Force (N)	482,82	482,82	0	0
Bending moment (N.m)	36,225	0	-32,394	16,214
Torque (N.m)	0	0	0	0
Shear Force (N)	1.848,2	0	1.092,2	1.491
Axial Force (N)	1.055,6	1.055,6	0	0
Bending moment (N.m)	25,067	0	20,071	-15,017
Torque (N.m)	0	0	0	0

Figura 68. Cargas de corte obtenidas a partir de la simulación con cargas puntuales.

Si comparamos estos resultados con los calculados teóricamente se puede observar que esta diferencia se redujo. La siguiente tabla compara nuevamente los valores obtenidos.

Tabla 19. Comparación de simulaciones de cargas puntuales respecto de las cargas teóricas.

		Componente y [N]	Componente z [N]	Resultante [N]
Cálculos teóricos	Perno 1 (superior)	1205,7	1728,9	2107,7
	Perno 2 (inferior)	-1316,6	-2519,2	2842,5
Simulación	Perno 1 (superior)	1092,2	1491	1848,2
	Perno 2 (inferior)	-1172,3	-2313,6	2593,7
Diferencia porcentual	Perno 1 (superior)	9,4%	13,8%	12,3%
	Perno 2 (inferior)	11,0%	8,2%	8,8%



Ahora las diferencias son menos de la mitad, con lo cual, se puede confirmar que la diferencia encontrada es debida a la utilización de fuerzas puntuales para el cálculo de las fuerzas de corte teóricas.

#### 4.5.1.3.6 Conclusión

Se demostró que ni la cuchara ni los pernos fallan bajo carga estática y sin precarga en los pernos. Adicionalmente, se demostró que el origen de las diferencias encontradas en los resultados se debe a que en los cálculos teóricos se utilizaron cargas puntuales, mientras que las simulaciones computacionales utilizan la distribución de presión sobre la totalidad de las caras de la cuchara.

#### 4.5.2 Turbina en movimiento

Ahora se analizará la turbina en movimiento y al igual que con la turbina detenida, se debe analizar el caso con precarga y el caso sin precarga. Lógicamente, antes de realizar simulaciones de tensiones se debió realizar otra simulación fluidodinámica, pero en esta oportunidad, se cambió la posición de la cuchara a aquella donde se produce el encuentro entre la cuchara y el centro de gravedad de la porción de agua que le corresponde a la misma (ver Figura 69.). Esta posición es conocida ya que fue calculada anteriormente cuando se realizó el diseño hidráulico en 4.3.8. La posición a la que se hace referencia, ubica el filo de la cuchara en posición vertical como se muestra en la Figura 70.

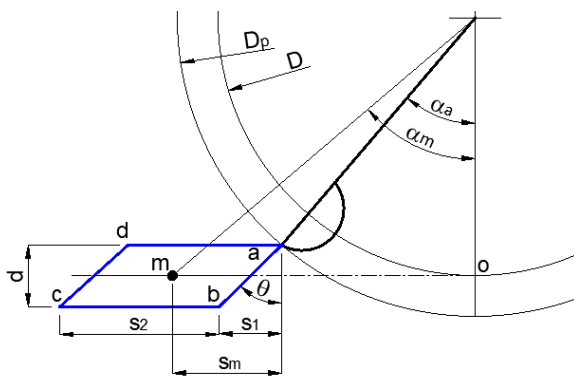


Figura 69. Centro de masa de la porción de agua que recibe la cuchara.

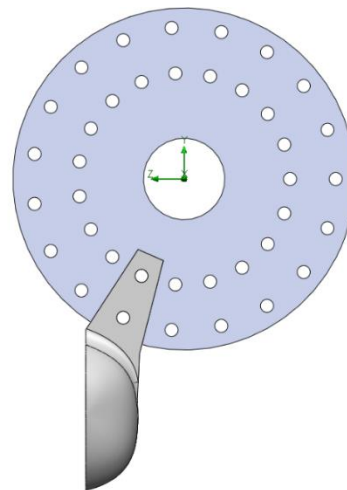


Figura 70. Posición para la simulación fluidodinámica y la simulación de tensiones.

Como se mencionó, cuándo la turbina se encuentra en movimiento la velocidad del agua en su tránsito sobre la cuchara está dada por la velocidad relativa  $W=C-U$ . Todos los valores de velocidad ya son conocidos y solamente se remarcará que la simulación fluidodinámica se realizó considerando que la cuchara se encuentra en moviendo de traslación lineal y con una velocidad igual a la velocidad periférica  $U$ . De esta manera, es como si el chorro de agua impactara sobre la cuchara con la velocidad relativa  $W=C-U= 36,32 \text{ m/s} - 16,68 \text{ m/s} = 19,64 \text{ m/s}$ . Una vez realizada la simulación fluidodinámica, se utilizaron los resultados para realizar la simulación de tensiones.

La simulación fluidodinámica arrojó los resultados de la siguiente tabla. Para los cálculos se toma el valor promedio de las fuerzas,  $F_y = -11.6 \text{ N}$  y  $F_z = -494.9 \text{ N}$

Tabla 20. Resultados de simulación fluidodinámica para la turbina en movimiento.

Goal Name	Unit	Value	Averaged Value	Minimum Value	Maximum Value	Delta	Criteria
GG Torque (X)	[N*m]	69.726	69.503	69.080	69.727	0.645	1.395
SG Force (Z)	[N]	-496.148	-494.949	-496.286	-492.009	4.277	9.923
SG Force (Y)	[N]	-11.822	-11.641	-11.854	-11.420	0.221	0.236

Además de la fuerza que ejerce el agua sobre la cuchara, en este análisis se debe considerar la fuerza centrífuga debida al movimiento de rotación de la turbina. El valor de la fuerza centrífuga está dado por la siguiente fórmula,

$$F_{cf} = m\omega^2 r \quad (91)$$

Dónde:

- $m$ , es la masa de la cuchara. Dato que se extrajo del modelo de SolidWorks,  $m = 0.77851 \text{ kg}$ .
- $\omega$ , la velocidad angular de la turbina,  $\omega = 111.2 \text{ rad}^{-1}$ .
- $r$ , el radio del centro de masa de la cuchara,  $r = 127,89 \text{ mm}$ .

Entonces la fuerza centrífuga es  $F_{cf} = 0,778 \text{ kg} * (111,2 \text{ rad}^{-1})^2 * 0,12789 \text{ m} = 1230,66 \text{ N}$ .

Se puede observar que ahora la fuerza centrífuga supera a la fuerza ejercida por el agua.

La fuerza centrífuga estará aplicada en el centro de masa de la cuchara. El centro de masa se extrae del programa ya que es una propiedad del dibujo cad y su ubicación se muestra en la Figura 71.

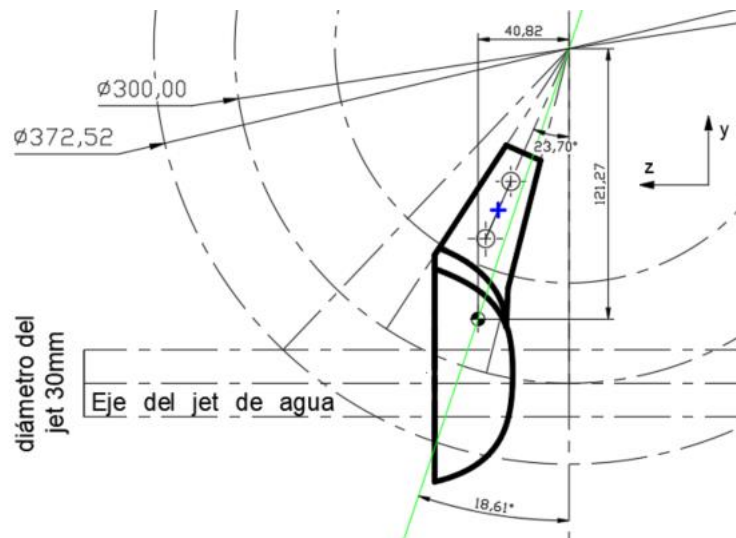


Figura 71. Centro de masa de la cuchara. La Línea verde es el radio que pasa por el centro de masa.

#### 4.5.2.1 ANÁLISIS CON PRECARGA

Al igual que con la turbina detenida, la fuerza de fricción generada por el pretensado de los pernos es la encargada de tomar toda la carga ejercida por el agua y por la fuerza centrífuga. A continuación, se muestran las fuerzas involucradas y se procede a calcular la resultante de las mismas. La fuerza de fricción ya fue calculada en 4.5.1.1.1.

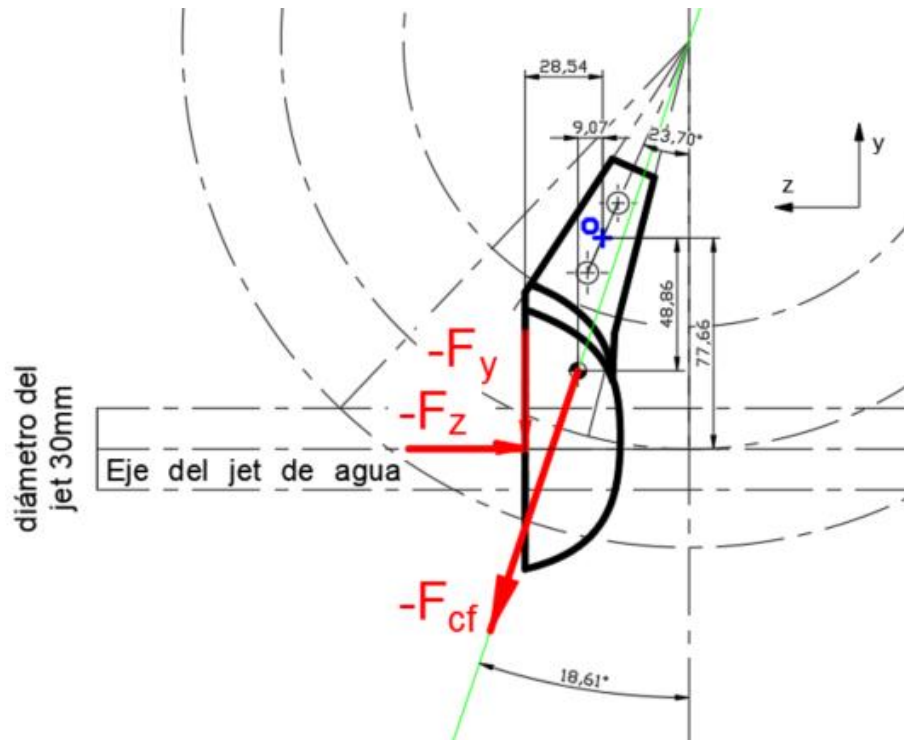


Figura 72. Ubicación del centro de masa y la fuerza del agua respecto del centroide de los agujeros.

Tabla 21. Composición de fuerzas con la turbina en movimiento.

	Componente y	Componente z
Fuerza del agua [N]	-11,8	-494,9
Fuerza centrífuga [N]	$-1230,66 \cos(18,61^\circ) = -1.166,3$	$1230,6 \sin(18,61^\circ) = 392,7$
Total [N]	-1.178,10	-102,2
Resultante [N]	$\sqrt{(-1.178,10)^2 + (-102,2)^2} = 1182,5$	
Fuerza de fricción [N]*	2496	

\*ver cálculo de la fuerza de fricción en 4.5.1.1.1.

De la tabla se observa que la fuerza de fricción causada por el pretensado es mayor que la resultante de las fuerzas actuantes sobre la cuchara, y por lo tanto, es suficiente para resistir las cargas.

#### 4.5.2.2 ANÁLISIS SIN PRECARGA

Para analizar los pernos sin precarga, se seguirá el mismo procedimiento que en 4.5.1.1.2. Para la nueva posición de la cuchara se trasladarán las fuerzas actuantes al centroide de los agujeros y se calculará el corte primario y secundario. Para ello se hará uso del diagrama de cuerpo libre de la Figura 72 donde se muestran tanto las fuerzas del agua como la fuerza centrífuga y el centroide de movimiento "o".

La fuerza centrífuga se descompone sobre los ejes coordenados para considerarla junto con las componentes de las fuerzas del agua.

$$\begin{aligned} \text{Componente } y: \quad F_{cfy} &= -|F_{cf}| \cos(18,61^\circ) = -1230,66 \text{ N} * \cos(18,61^\circ) & (92) \\ &= -1166,3 \text{ N} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Componente } z: \quad F_{cfz} &= |F_{cf}| \sin(18,61^\circ) = 1230,66 \text{ N} * \sin(18,61^\circ) = 392,7 \text{ N} & (93) \end{aligned}$$

Entonces las fuerzas aplicadas en el centroide serán la suma de las componentes de la fuerza centrífuga y las componentes de la fuerza del agua. (Recordar que estas fuerzas se deben dividir por dos porque se supone que cada brazo toma la mitad de la carga).

$$R_y = \frac{F_{cfy} + F_y}{2} = \frac{-1166,3 \text{ N} - 11,8 \text{ N}}{2} = -589,9 \text{ N} \quad (94)$$

$$R_z = \frac{F_{cfz} + F_z}{2} = \frac{392,73 \text{ N} - 494,9 \text{ N}}{2} = -51,0 \text{ N} \quad (95)$$

Y para calcular el momento aplicado en el centroide se hará uso de las cotas de la Figura 72 (se toma positivo el momento saliente).

Para la fuerza centrífuga,

$$M_{cf} = -F_{cfz} \cdot 48,86 \times 10^{-3} \text{ m} + F_{cfy} \cdot 9,07 \times 10^{-3} \text{ m} \quad (96)$$

$$M_{cf} = \frac{-392,73 \text{ N}}{2} * 48,86 \times 10^{-3} \text{ m} + \frac{1166,31 \text{ N}}{2} * 9,07 \times 10^{-3} \text{ m} = -4,31 \text{ Nm} \quad (97)$$

Para la fuerza del agua,

$$M = F_z * 77,66 \times 10^{-3} \text{ m} + F_y * 28,54 \times 10^{-3} \text{ m} \quad (98)$$

$$M = \frac{494,9 \text{ N}}{2} * 77,66 \times 10^{-3} \text{ m} + \frac{11,6 \text{ N}}{2} * 28,54 \times 10^{-3} \text{ m} = 19,38 \text{ Nm} \quad (99)$$

Sumando los dos momentos,  $M + M_{cf} = 19,38 \text{ Nm} - 4,31 \text{ Nm} = 15,08 \text{ Nm}$

Entonces las fuerzas aplicadas en el centroide son iguales y opuestas a las que se acaban de calcular,

$$R_y = 588,96 \text{ N} \quad R_z = 51,08 \text{ N} \quad M = -15,08 \text{ Nm}$$

Y la fuerza sobre los pernos son iguales y opuestas a las aplicadas en el centroide (ver Figura 73).

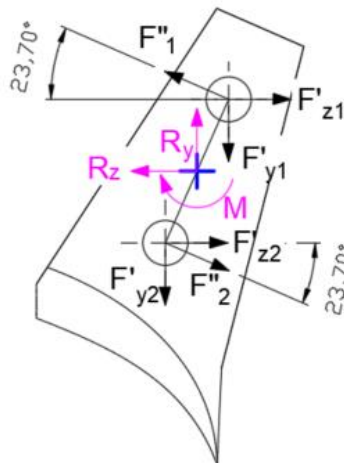


Figura 73. Fuerzas en el centroide y en los agujeros.

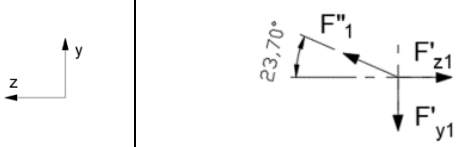
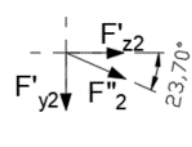
Ahora ya es posible calcular el corte primario y secundario con las fórmulas que ya fueron mostradas en 4.5.1.1.2.

Tabla 22. Corte primario y Corte secundario.

Corte primario	$F'_{y1} = F'_{y2} = \frac{R_y}{2} = \frac{589,04 \text{ N}}{2} = -294,48 \text{ N}$
	$F'_{z1} = F'_{z2} = \frac{R_z}{2} = \frac{51,08 \text{ N}}{2} = -25,54 \text{ N}$
Corte secundario	$ F''_1  =  F''_2  = \frac{Mr}{r_1^2 + r_2^2} = \frac{-15,08 \text{ Nm} * 0.014}{0.014^2 + 0.014^2} = 538,5 \text{ N}$

Se proyecta el corte secundario sobre los ejes coordenados y se calcula la resultante.

Tabla 23. Resultante de las fuerzas de corte sobre los agujeros.

	Perno 1	Perno 2
		
Comp. Y	$-F'_{y1} + F''_1 \sin(23,7^\circ) = -78,04 \text{ N}$	$-F'_{z2} - F''_2 \cos(23,7^\circ) = -510,91 \text{ N}$
Comp. Z	$F''_1 \cos(23,7^\circ) - F'_{z1} = 467,51 \text{ N}$	$-F'_{y2} - F''_2 \sin(23,7^\circ) = -518,59 \text{ N}$
Resultante	$R_1 = \sqrt{(-78,05)^2 + (467,58)^2} = 473,98 \text{ N}$	$R_2 = \sqrt{(-510,91)^2 + (-518,67)^2} = 727,99 \text{ N}$

Con las fuerzas resultantes  $R_1$  y  $R_2$ , se calculan las tensiones de corte puro y aplastamiento sobre los pernos con las fórmulas ya mostradas en 4.5.1.1.2.1 y 4.5.1.1.2.2.

Tabla 24. Tensiones de corte, aplastamiento y coef. de seguridad.

	Tensión de corte directo $\tau$ [MPa]	Cs	
Perno superior	$\tau_{zy1} = \frac{R_1}{A_t} = \frac{473,98 \text{ N}}{58 \text{ mm}^2} = 8,17 \text{ MPa}$	31,8	Verifica
Perno inferior	$\tau_{zy2} = \frac{R_2}{A_t} = \frac{727,99 \text{ N}}{58 \text{ mm}^2} = 12,55 \text{ MPa}$	20,7	Verifica
Tensión de aplastamiento del perno			
Perno superior	$\sigma_1 = \frac{R_1}{d * l} = \frac{473,98 \text{ N}}{10 \text{ mm} * 10 \text{ mm}} = 4,7 \text{ MPa}$	94,9	Verifica

Perno inferior	$\sigma_2 = \frac{R_2}{d * l} = \frac{727,99 N}{10mm * 10mm} = 7,3 \text{ MPa}$	61,8	Verifica
----------------	---	------	----------

#### 4.5.2.3 SIMULACIÓN DE LA CUCHARA EN MOVIMIENTO Y CON PRECARGA EN LOS PERNOS

Se realizó la simulación de tensiones incluyendo los pernos M10 con su precarga correspondiente y la fuerza centrífuga. No se incluyeron el resto de las cucharas porque como ya se demostró solo se encuentra presente la fuerza de pretensado.

##### 4.5.2.3.1 Mallado

El mallado de los sólidos en estudio se muestra en la Figura 74. Se empleo el mismo criterio de mallado que en los casos anteriores donde se utilizaron tres niveles de malla. Se utilizo un mallado grueso para el disco, uno más fino para la cuchara y otro más fino aun para darle buena definición a los orificios.

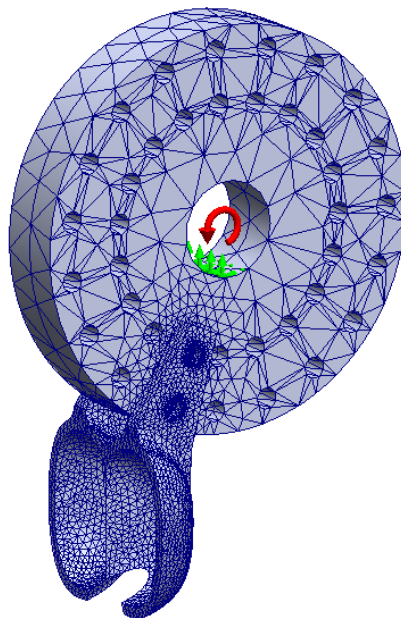
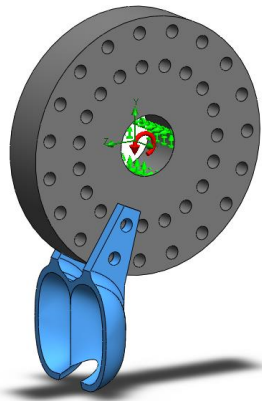


Figura 74. Mallado del disco y la cuchara.

Mas datos del mallado global del disco se muestran en la Figura 75. En la Figura 77 se detalla el refinamiento para la cuchara y en la Figura 77 se detalla el refinamiento para los orificios de la cuchara y del disco.

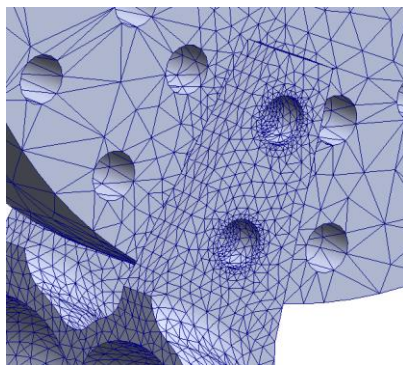
Study name	H=70m e=5mm M10 con fuerza centrifuga y precarga (-en movimiento y pos vertical-)
Mesh type	Solid Mesh
Mesher Used	Curvature-based mesh
Jacobian points for High quality mesh	16 points
Mesh Control	Defined
Max Element Size	100 mm
Min Element Size	20 mm
Mesh quality	High
Total nodes	86815
Total elements	52724
Maximum Aspect Ratio	291,99
Percentage of elements with Aspect Ratio < 3	94,5
Percentage of elements with Aspect Ratio > 10	0,0247
% of distorted elements (Jacobian)	0
Number of distorted elements	0
Remesh failed parts with incompatible mesh	Off
Time to complete mesh(hh:mm:ss)	00:00:03
Computer name	

Figura 75. Detalle del mallado del disco.



Study name	H=70m e=5mm M10 con fuerza centrifuga y precarga (-en movimiento y pos vertical-)
Mesh type	Solid Mesh
Entities	1 component(s)
Units	mm
Size	6,66997
Ratio	1,4
Identifier	1

Figura 76. Detalle del refinamiento de la malla para la cuchara



Study name	H=70m e=5mm M10 con fuerza centrifuga y precarga (-en movimiento y pos vertical-)
Mesh type	Solid Mesh
Entities	12 edge(s)
Units	mm
Size	1
Ratio	1,5
Identifier	2

Figura 77. Detalle del refinamiento de la malla en la zona de los orificios de la cuchara.

#### 4.5.2.3.2 Tensiones

Los resultados de la simulación de tensiones para el conjunto disco y cuchara son los siguientes. La tensión máxima de 147,96 MPa ocurre debajo de la cabeza del perno. También se puede observar que la mayor concentración de tensiones se ubica en la zona de los pernos debido al pretensado de los mismos. Nuevamente, las máximas tensiones causadas por la fuerza de pretensado se presentan en forma concéntrica a los agujeros al igual que sucedió con la turbina detenida. No se observan concentración de tensiones.

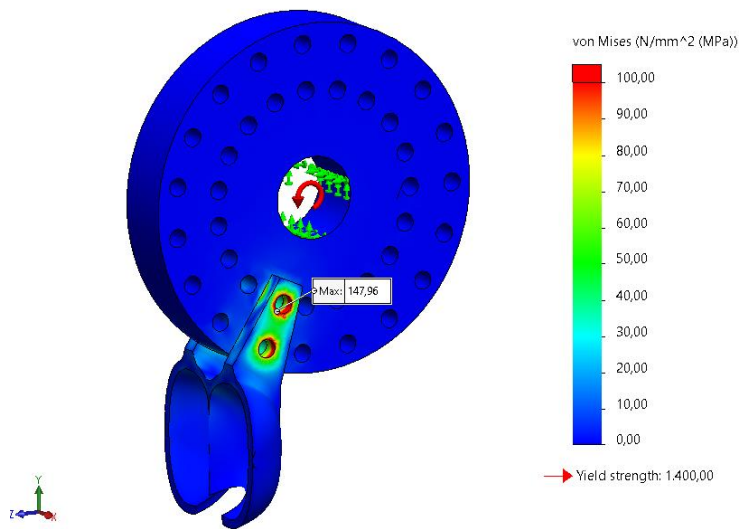


Figura 78. Tensiones en el disco y la cuchara. Turbina en movimiento.

#### 4.5.2.3.3 Desplazamientos

El mayor desplazamiento de la cuchara ocurre en el extremo inferior como era de suponer y con un valor máximo de 0,02 mm. Se puede observar que esta deformación se redujo comparada con el caso de la turbina detenida, donde se obtuvo un desplazamiento máximo de 0,06 mm. Esto es debido a que, con la turbina en movimiento, la velocidad de impacto del agua es menor, disminuyendo los esfuerzos sobre la cuchara. Además, está presente la fuerza centrífuga, lo que modifica la dirección de la deformación.

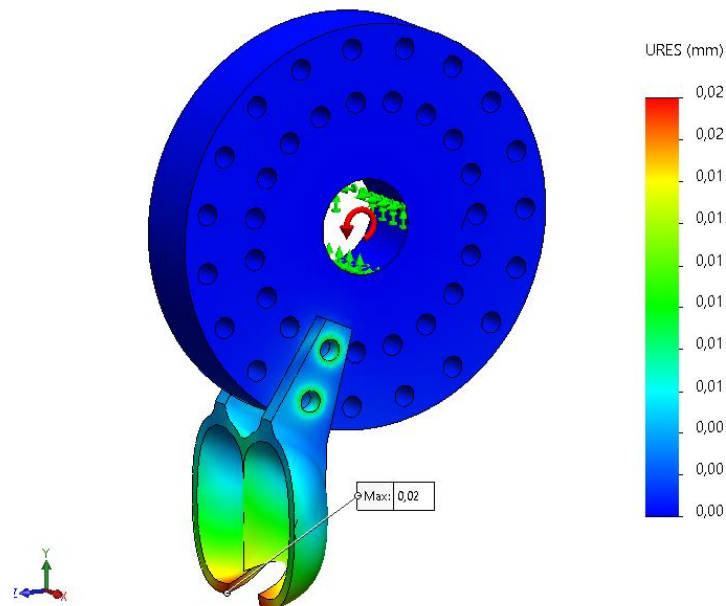


Figura 79. Desplazamiento de la cuchara. Turbina en movimiento.

#### 4.5.2.3.4 Factores de seguridad de la cuchara

El factor mínimo de seguridad de 9,5 ocurre en el mismo punto donde se encuentra la máxima tensión, debajo de la cabeza del perno, lo que es correcto.



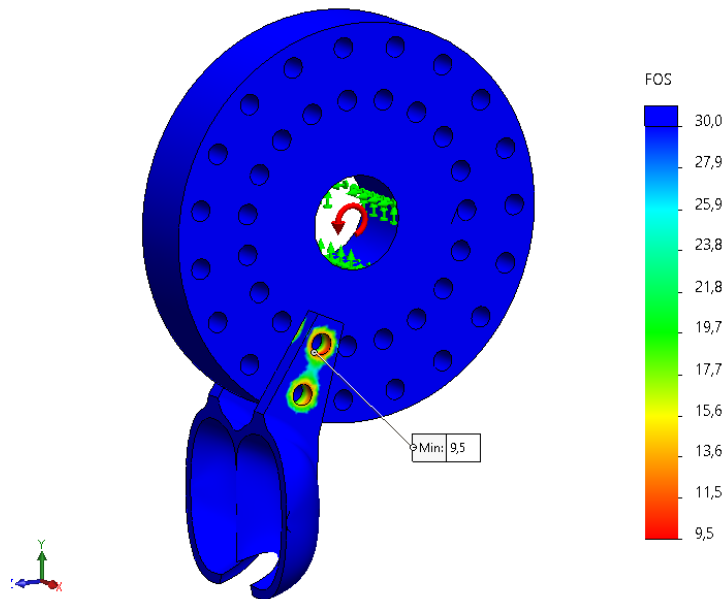


Figura 80. Factor de seguridad de disco y cuchara. Turbina en movimiento.

#### 4.5.2.3.5 Factores de seguridad de los pernos

En la Figura 81 se muestra el factor de seguridad calculado para los pernos. Se puede observar que ninguno no falla bajo carga estática. En la Figura 82 se muestran las fuerzas resultantes sobre cada perno y se puede observar que las fuerzas son muy pequeñas debido a que la fricción toma la mayor parte de la carga. La componente "x" de fuerza axial es la fuerza de pretensado.

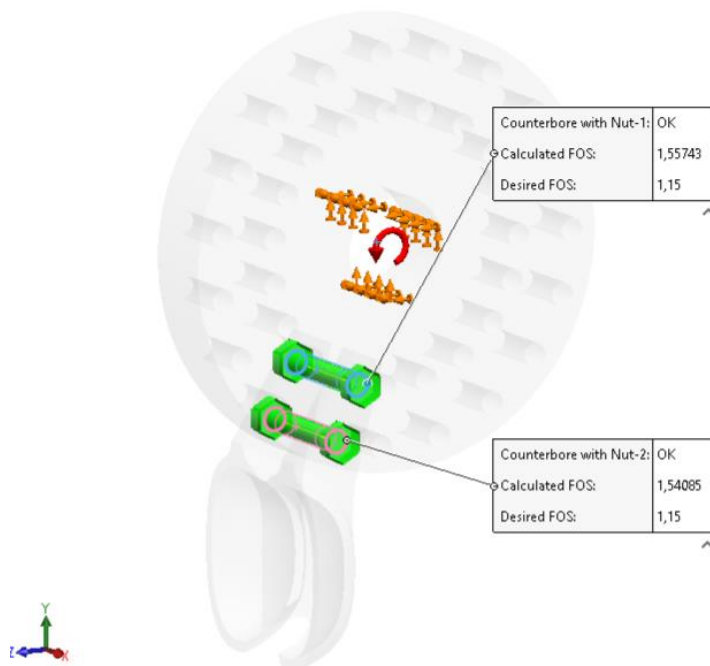


Figura 81. Verificación de los pernos. Turbina en movimiento.

Connector Force				
Type	Resultant	X-Component	Y-Component	Z-Component
Shear Force (N)	10,388	0	-6,7819	-7,8687
Axial Force (N)	16,593	16,593	0	0
Bending moment (N.m)	0,27993	0	-0,27988	0,0050699
Torque (N.m)	0	0	0	0
Shear Force (N)	34,678	0	-33,908	7,2691
Axial Force (N)	16,573	16,573	0	0
Bending moment (N.m)	0,6197	0	0,18033	0,59288
Torque (N.m)	0	0	0	0

Figura 82. Fuerzas calculadas para los pernos. Turbina en movimiento.

#### 4.5.2.3.6 Conclusión

De los resultados obtenidos se puede afirmar que la cuchara y los pernos no fallan con la turbina en movimiento y con precarga en los pernos. Además, se demostró que la fricción entre los componentes generada por la fuerza de pretensado es suficiente para garantizar un ensamble seguro.

#### 4.5.2.4 SIMULACIÓN DE LA TURBINA EN MOVIMIENTO Y SIN PRECARGA EN LOS PERNOS

En este punto se hace mención de lo dicho en 4.5.1.3 y se mostrarán los resultados obtenidos de la simulación para la cuchara con los pernos sin precarga.

##### 4.5.2.4.1 Tensiones

De la Figura 83 se observa que la tensión máxima alcanzada se reduce drásticamente, cayendo a un valor de 26,67 MPa. Esto es debido a que no existen tensiones de compresión causadas por la fuerza de pretensado de los pernos.

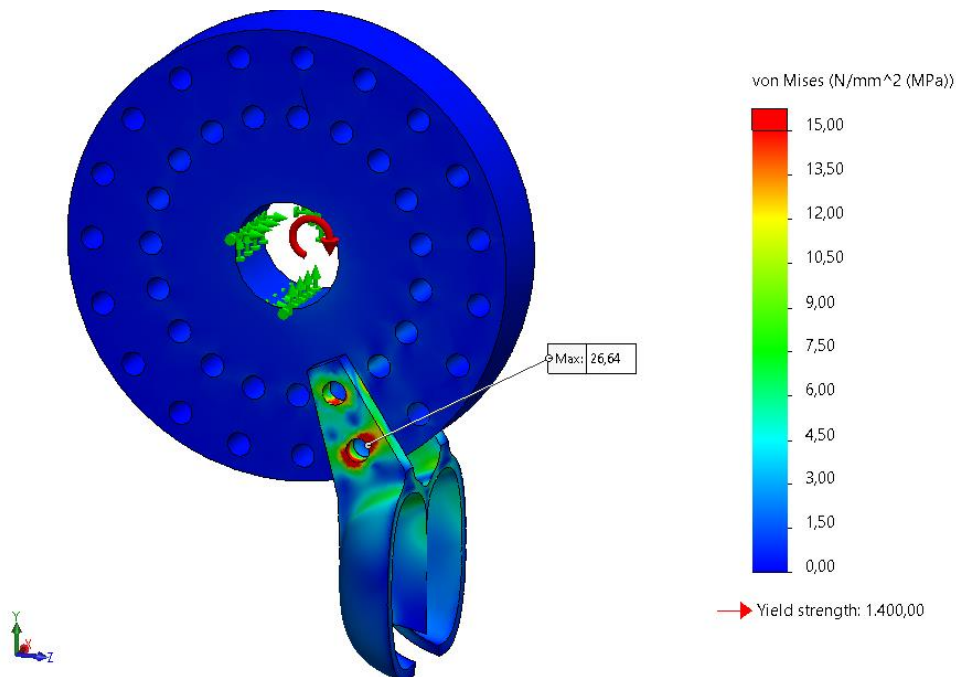


Figura 83. Tensiones sobre la cuchara con pernos sin precarga y turbina en movimiento. Cuchara en posición vertical.

##### 4.5.2.4.2 Desplazamientos

En la Figura 84 se observa que el máximo desplazamiento de la cuchara ahora es de 0,13 mm. Esto representa un aumento considerable si lo comparamos con el valor obtenido en la simulación con precarga (0,02 mm). La explicación de esta diferencia es que como los agujeros del disco son de 11 mm y el diámetro del perno de 10 mm, existe un movimiento relativo entre los elementos. En la Figura 85 se muestra que esta diferencia es debida al desplazamiento de la cuchara sobre los agujeros del disco. Se puede observar que existe una

rotación antihoraria, debida a la fuerza ejercida por el agua, y un desplazamiento hacia abajo debido a la fuerza centrífuga.

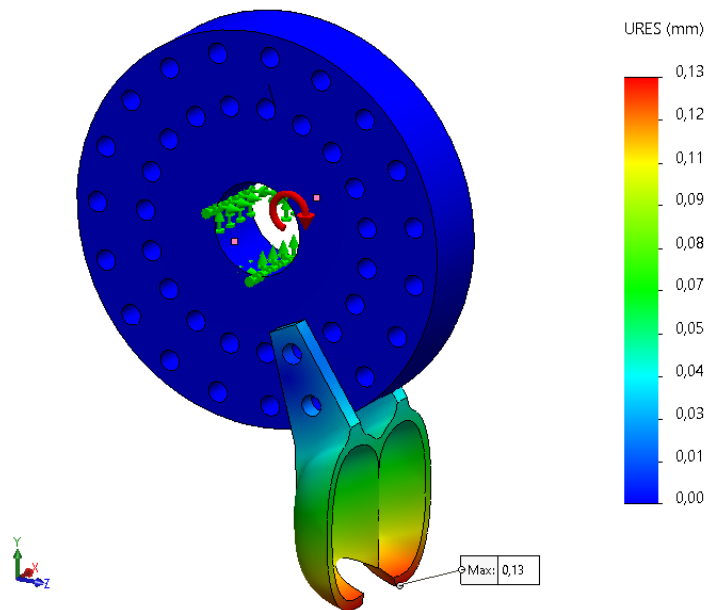


Figura 84. Desplazamientos con pernos sin precarga y turbina en movimiento. Cuchara en posición vertical.

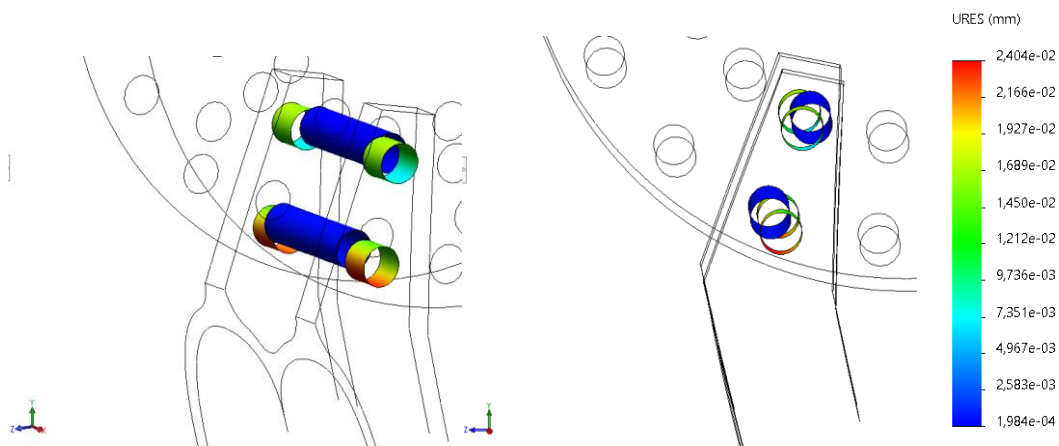


Figura 85. Desplazamientos relativos entre elementos. Turbina en movimiento y pernos sin precarga.

#### 4.5.2.4.3 Factor de seguridad

Al no tener la fuerza de pretensado, el mínimo factor de seguridad se incrementa considerablemente alcanzando los 52,6. Su ubicación se corresponde con la máxima tensión calculada.

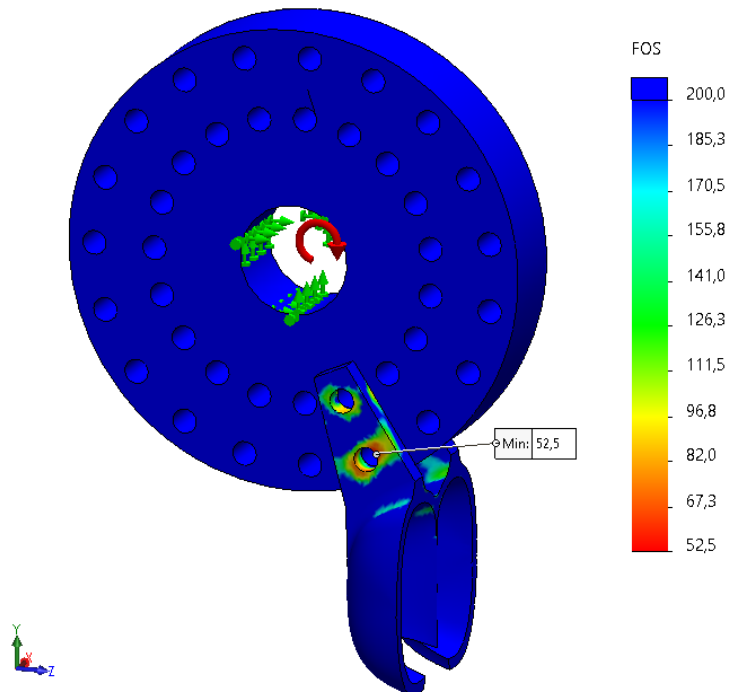


Figura 86. Factor de seguridad con pernos sin precarga y turbina en movimiento. Cuchara en posición vertical.

#### 4.5.2.4.4 Factores de seguridad de los pernos

En la Figura 87 se muestra el factor de seguridad calculado para cada perno. Se puede observar que los factores de seguridad son mayores que en el caso con precarga. Luego, en la Figura 88 se numeran las fuerzas calculadas en cada perno.

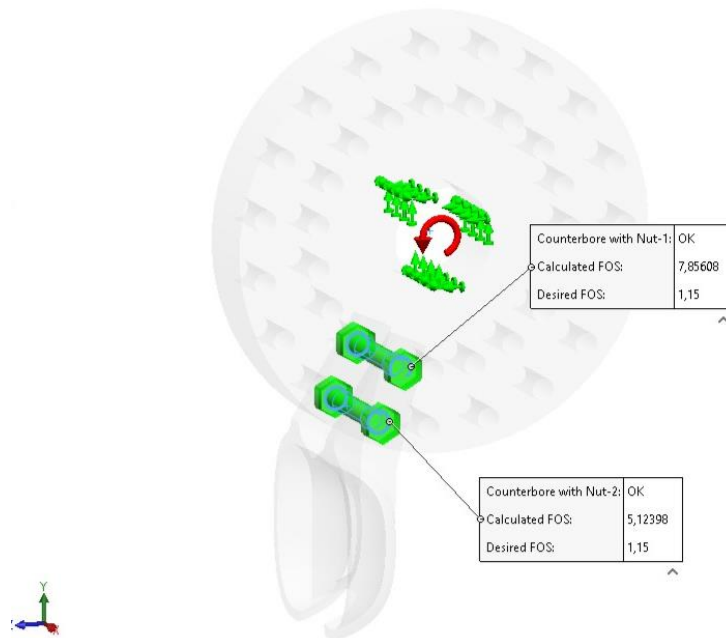


Figura 87. Factores de seguridad en pernos.

Connector Force					
Type	Resultant	X-Component	Y-Component	Z-Component	Connector
Shear Force (N)	388,93	0	-101,21	375,53	Counterbore with Nut-1
Axial Force (N)	243	243	0	0	Counterbore with Nut-1
Bending moment (N.m)	5,176	0	4,9909	1,3716	Counterbore with Nut-1
Torque (N.m)	0	0	0	0	Counterbore with Nut-1
Shear Force (N)	592,23	0	-446,15	-389,47	Counterbore with Nut-2
Axial Force (N)	115,58	115,58	0	0	Counterbore with Nut-2
Bending moment (N.m)	8,3719	0	-5,5119	6,3015	Counterbore with Nut-2
Torque (N.m)	0	0	0	0	Counterbore with Nut-2

Figura 88. Fuerzas calculadas en cada perno.

A continuación, se resumen las fuerzas calculadas a partir de la teoría y las fuerzas resultantes de la simulación para poder compararlas. Se puede observar que nuevamente las diferencias son apreciables y su causa es la misma que ya se mencionó en 4.5.1.3.5.

Tabla 25. Comparativa de fuerzas calculadas. Turbina en movimiento y pernos sin precarga.

	Fuerzas teóricas		Fuerzas calculadas por la simulación		Diferencias porcentuales	
	Perno 1	Perno 2	Perno 1	Perno 2	Perno 1	Perno 2
Comp. Y [N]	-78,04	-510,91	-101,21	-446,15	23%	-15%
Comp. Z [N]	467,51	-518,59	375,53	-389,47	-24%	-33%
Resultante [N]	473,98	727,99	388,93	592,23	-22%	-23%

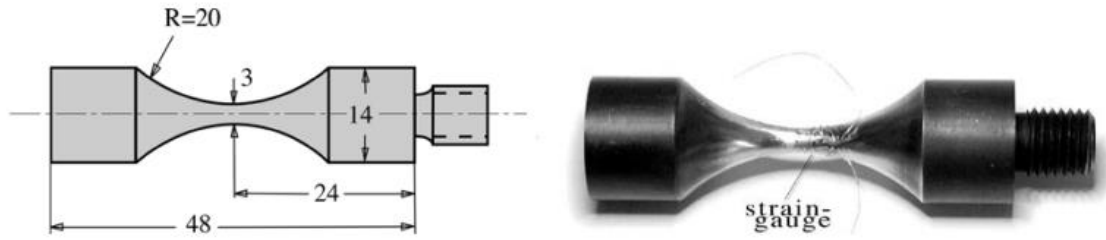
### 4.5.3 Conclusión

Con los resultados mostrados hasta el momento, se puede afirmar que tanto la cuchara como los pernos con y sin precarga, no fallan con la turbina detenida ni en movimiento. Un alto factor de seguridad en los pernos no implica que las sujeciones deban realizarse sin pretensado. Los pernos siempre deben llevar pretensado para su correcto funcionamiento.

### 4.6 ANÁLISIS DE FATIGA

Se realizó el estudio de falla por fatiga para las condiciones planteadas en 4.5.2. En dicho apartado se analizó la cuchara en movimiento y en la posición donde el filo de la cuchara se intersecta con el centro de masa de la porción de agua que le corresponde (ver Figura 69).

Para realizar el cálculo de resistencia a la fatiga se requiere de ciertas propiedades del material relacionadas al comportamiento a fatiga, como ser el límite de fatiga. Estas propiedades se extrajeron del paper llamado "Crack initiation mechanisms and fatigue lifetime of AISI 420 steel under constant and variable amplitude loading" (B. Zettl, 2007). Como lo menciona su título, se obtuvo la curva de Whöler o diagrama S-N del material AISI 420 y se investigaron los distintos mecanismos de falla por fatiga. En el paper se realizaron ensayos de fatiga para determinar la curva S-N del material para el rango de ultra alto ciclo, desde  $5 \times 10^4$  ciclos hasta un máximo de  $2 \times 10^{10}$  ciclos, bajo condiciones ambientales controladas de 20°C y 50% HR, y con tensiones de amplitud constante ( $R=-1$ ) y variable. Las probetas ensayadas fueron tratadas térmicamente mediante un calentamiento a 980°C durante 1 hora, templadas en aceite y revenidas por 2 horas a 300°C. Las propiedades mecánicas obtenidas para las probetas y la geometría de las mismas se muestran en la siguiente figura.



Designation: Martensitic chromium stainless steel			
DIN: X20Cr13	AISI: 420	JIS: SUS420J1	
Chemical Composition:			
C: 0.20%	Si: 0.40%	Mn: 0.40%	Cr: 12.50%
Properties: (condition quenched and tempered at 300° for max. strength)			
Yield: 1250 MPa	Tensile: 1500 MPa	Hardness HV: 460	Modulus: 215 GPa

Figura 89. Geometría de las probetas ensayadas y propiedades mecánicas obtenidas luego del tratamiento térmico realizado a la probeta. (B. Zettl, 2007).

Como se puede observar, el tratamiento térmico empleado en el paper difiere del tratamiento propuesto en este PIP, obteniendo mejores propiedades en este último caso. En el apartado 4.2.4 se describieron las características del tratamiento térmico para este acero y se mostró que el tiempo de austenización tiene muy poco efecto sobre la dureza y la resistencia al impacto (Figura 16). No ocurre lo mismo con las temperaturas de austenización y de revenido que sí tienen más influencia sobre la dureza, la tensión de fluencia y la tensión de rotura (Figura 15 y Figura 17). Finalmente, en la Figura 18, se mostró la variación de las propiedades mecánicas para dos temperaturas de austenización y su variación con la temperatura de revenido. La Figura 18 se tomó como referencia para definir el tratamiento térmico a aplicar a la cuchara.

La mayor diferencia entre el tratamiento térmico propuesto para la cuchara y el tratamiento empleado en el paper, se encuentra en la temperatura de austenización. Como se mostró en la Figura 15, se obtienen mayores valores de dureza a medida que la temperatura de austenización se incrementa. Recordar que mayores valores de dureza están asociados con mayores valores de tensión de fluencia y rotura.

Por otro lado, a pesar de que la temperatura y el tiempo de revenido son similares en ambos tratamientos, 350°C por 2 horas para la cuchara y 300°C por 2 horas para la probeta del paper, esta diferencia no es representativa ya que como se mostró en la Figura 17, los efectos de la temperatura de revenido sobre la dureza comienzan a ser notables a partir de temperaturas superiores a los 500°C.

Esto explica por qué las propiedades mecánicas obtenidas para la cuchara son mayores que las propiedades presentadas en el paper.

Otro hecho que permite utilizar la curva S-N del paper, a pesar de no ser el mismo tratamiento térmico, es que se ha demostrado empíricamente que existe una relación entre la resistencia a la fatiga y la tensión de rotura, como se muestra en la siguiente figura. La gráfica se obtuvo a partir de un gran número de ensayos de fatiga de ciclos invertida (R=-1) como el paper, y para una gran variedad de materiales.

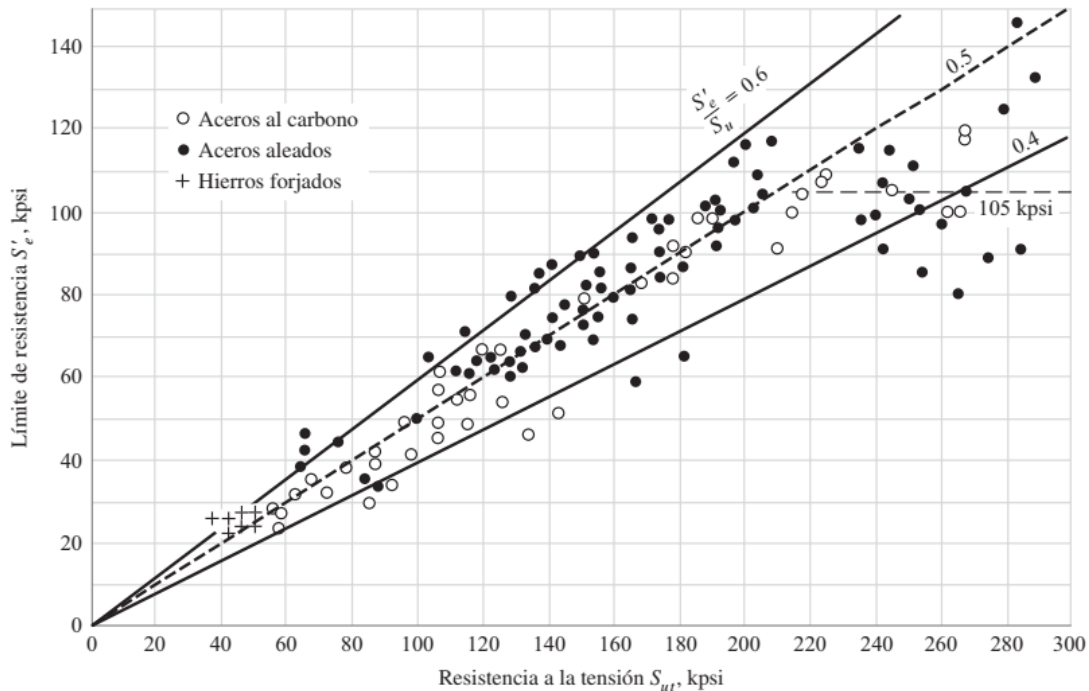


Figura 90. “Gráfica de límites de resistencia a la fatiga contra resistencias a la tensión de resultados de ensayos reales de un gran número de hierros forjados y aceros aleados. Las relaciones de  $S_e/S_{ut}$  de 0.60, 0.50 y 0.40 se indican por líneas continuas y discontinuas. También, observe la línea discontinua horizontal de  $S_e = 105$  kpsi. Los puntos que se presentan y que tienen una resistencia a la tensión mayor que 210 kpsi presentan un límite medio de resistencia a la fatiga de  $S_e = 105$  kpsi y una desviación estándar de 13.5 kpsi. (Cotejada de datos compilados por H.J. Grover, S.A. Gordon y L.R. Jackson en *Fatigue of Metals and Structures*, Bureau of Naval Weapons Document NAVWEPS 00-25-534, 1960; y de *Fatigue Design Handbook*, SAE, 1968, p. 42.)” (Richard G. Budynas, 2008).

Gracias a esta relación, el libro de cálculo (Richard G. Budynas, 2008) sugieren que, ante la ausencia del dato de la resistencia a la fatiga para cierto material específico, es posible utilizar las siguientes reglas generales.

$$S_e = \begin{cases} 0.5S_u & S_u \leq 1400 \text{ MPa} \\ 700 \text{ MPa} & S_u > 1400 \text{ MPa} \end{cases}$$

Valor al cual luego se le aplican los factores de Marin para cuantificar los efectos de ciertas condiciones que reducen la resistencia a la fatiga. Como se observa de la regla general, en nuestro caso la resistencia a la fatiga a emplear sería de 700 MPa porque la tensión de rotura resultante luego del tratamiento térmico es mayor a 1400 MPa, siendo aplicable la segunda condición. Mientras que, la resistencia a la fatiga del paper es de 600 MPa como se verá más adelante. Por lo tanto, utilizar la curva de Whöler del paper es conservador respecto de esta regla general.

Otro aspecto que se debe considerar es que los datos obtenidos en los ensayos de fatiga son curvas que se ajustan a los valores obtenidos de repetidos ensayos, y por ello, las curvas en los diagramas S-N representan la resistencia a la fatiga para una probabilidad de ocurrencia del 50%. Esto, sumado a lo mencionado en el párrafo anterior, permite asumir, como primera instancia y de forma conservadora, que los resultados plasmados en el paper son suficientes para ser utilizados en este PIP a pesar de que el tratamiento térmico no sea exactamente el mismo.

Para lograr mayor precisión en el valor tomado para la resistencia a la fatiga se debe seguir el siguiente procedimiento:

1. Extraer probetas de la barra maciza a partir de la cual se fabricarán las cucharas.

2. Realizar el tratamiento térmico que se propuso en 4.2.5.
3. Realizar ensayos de tracción para determinar su tensión de fluencia y tensión de rotura.
4. Y, por último, realizar una serie de ensayos de fatiga para determinar la curva S-N a R=-1.

De esta manera, se obtendrán los valores precisos para la presente aplicación.

A continuación, se replica la curva S-N obtenida en el paper y es lo que se toma de referencia para el cálculo de la resistencia a la fatiga de la cuchara. Según esta curva, el material no presenta límite de resistencia a la fatiga. Esto quiere decir que en un diagrama S-N no se presenta lo que se conoce como límite de fatiga, que es el nivel de esfuerzo por debajo del cual se puede ciclar la pieza infinitamente sin que se produzca la falla. En su lugar, el material fallará indefectiblemente a cierto número de ciclos.

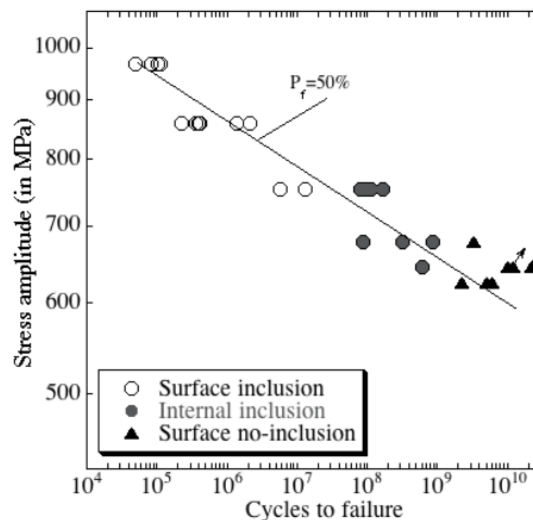


Figura 91. Diagrama S-N o curva de Whöler para AISI 420. La probeta fue calentada a 980°C por 1 hora al vacío, templada en aceite, revenida a 300°C por 2 horas para máxima resistencia y enfriada al aire. Fuente: (B. Zettl, 2007).

Si se considera que la turbina gira a 1061,7 rpm o 111,2 Hz, quiere decir que sobre cada cuchara se aplican 1062 cargas por minuto. Si se supone que la turbina tiene una vida útil de 20 años funcionando las 24 horas del día, esto dará un acumulado de aplicaciones de carga de 1,1E+10, valor que se encuentra dentro del rango estudiado en el paper. Luego, a partir del diagrama S-N se observa que la resistencia a la fatiga es de  $S_f = 600 \text{ MPa}$ , con una probabilidad del 50%, para el número de ciclos calculado.

El diagrama S-N del paper se calculó mediante un ensayo de fatiga con ciclos de carga invertidos ( $R = -1$ ). Sin embargo, para aquellas aplicaciones donde actúan tensiones medias junto con tensiones alternativas, la pieza puede fallar con niveles de esfuerzo menores que los calculados por el ensayo de fatiga. Es por ello que se debe construir un diagrama de Goodman Modificado para tener en cuenta la presencia de tensiones medias. Dicho diagrama tiene la siguiente forma,



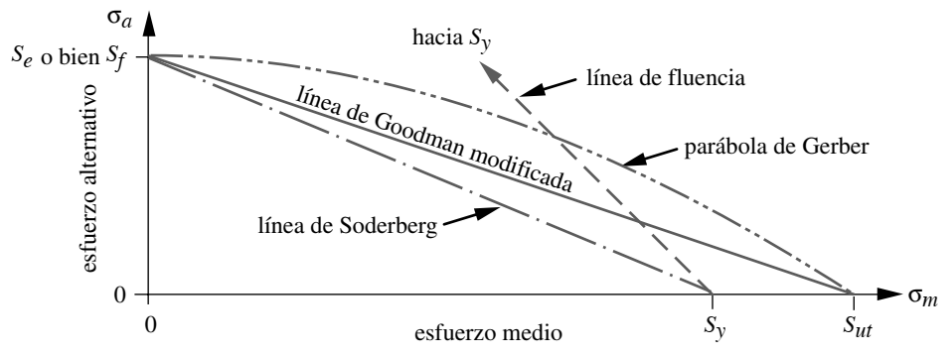


Figura 92. Diagrama de Goodman modificado. Fuente: (Richard G. Budynas, 2008).

Donde,

- El eje vertical es el esfuerzo alternativo  $\sigma_a$  y el eje horizontal es esfuerzo medio  $\sigma_m$ .
- $S_e$  representa el límite de resistencia a la fatiga corregido para un material que posee límite de fatiga en su curva S-N; y  $S_f$ , la resistencia a la fatiga corregida en cierto número de ciclos N de un material que no presenta límite de fatiga (en nuestro caso  $N=1.1E+10$  y  $S_f = 600 MPa$ ).
- $S_y$ , es la tensión de fluencia del material.  $S_y = 1400 MPa$ .
- $S_{ut}$ , es la tensión de rotura del material.  $S_{ut} = 1600 MPa$ .

Para armar el diagrama se debe corregir la resistencia a la fatiga. Esto se hace aplicando una serie de factores de corrección que multiplican a la resistencia a la fatiga  $S_f$ . Joseph Marin identificó factores que cuantifican los efectos de la condición superficial, el tamaño, la carga y la temperatura, entre otros. La resistencia a la fatiga corregida se escribe como (Norton, 2011),

$$S_f = C_{carga} C_{tamaño} C_{sup} C_{temp} C_{conf} S_f' \quad (100)$$

Donde,

- $C_{carga}$ , efectos de la carga. Como los ensayos del paper se realizaron mediante flexión invertida,  $C_{carga} = 1$ .
- $C_{tamaño}$ , efectos del tamaño.  $C_{tamaño} = 0,92$  (ver ANEXO II. Factor de tamaño)
- $C_{sup}$ , efecto de superficie.,  $C_{sup} = 0,56$  (ver ANEXO III. Factor de superficie)
- $C_{temp}$ , efecto de la temperatura.  $C_{temp} = 1$ . (ver ANEXO IV. Factor de temperatura).
- $C_{conf}$ , efecto de confiabilidad.  $C_{conf} = 0.753$ . (ver ANEXO V. Factor de confiabilidad).

De esta manera, la resistencia a la fatiga corregida es  $S_f = 1 * 0.92 * 0.56 * 1 * 0.753 * 600 MPa = 232,6 MPa$  y se puede construir el diagrama de Goodman como sigue,

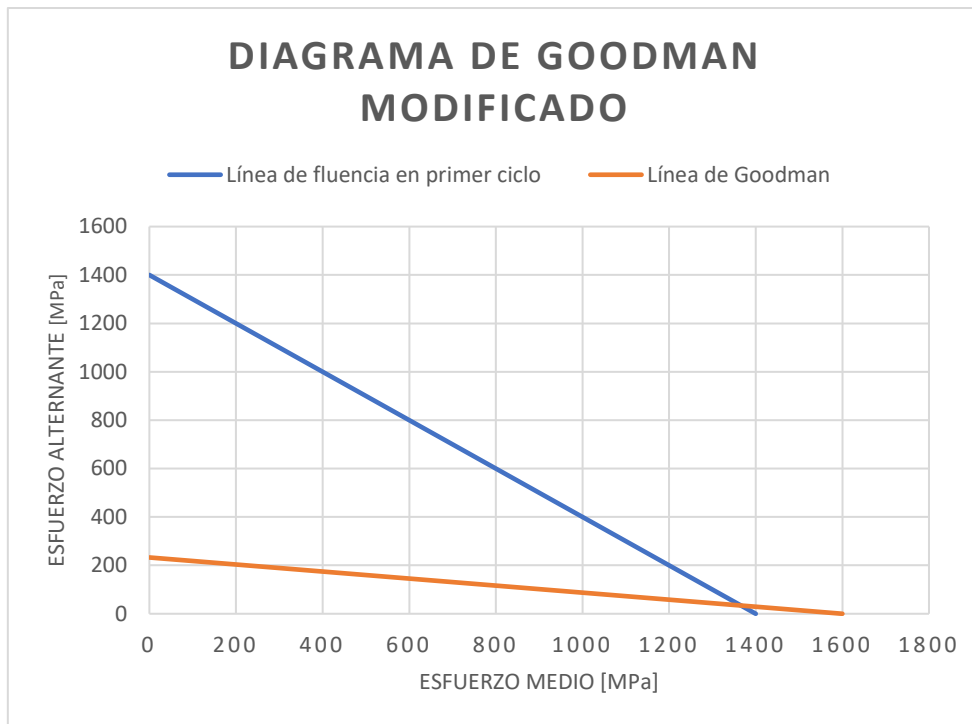


Figura 93. Diagrama de Goodman modificado.

Ahora se pueden calcular los esfuerzos sobre el brazo y analizar si falla por fatiga.

Como ya se vio antes, la cuchara se encuentra sometida a una serie de esfuerzos, algunos constantes y otros alternativos. Por un lado, existen esfuerzos constantes debido a la fuerza centrífuga y a la fuerza de pretensado de los pernos, y, por otro lado, existen esfuerzos alternativos debidos al impacto del agua. Cada uno de estos esfuerzos tiene sus valores máximos en distintos puntos sobre la cuchara. Por lo tanto, se debe ser cuidadosos al momento de analizar sus combinaciones.

La geometría de la cuchara es muy compleja para analizar el comportamiento de la fatiga en diversos puntos. Por ello, se decidió realizar el cálculo de las tensiones para la sección A-A del perno inferior donde existe una menor sección a causa del agujero, y donde se ubican las regiones de mayores esfuerzos (según se mostró en las simulaciones anteriores).

A continuación, se muestra la sección A-A seleccionada para realizar el análisis de fatiga. Para analizar los esfuerzos presentes en la sección A-A se definió un sistema de referencia cuyo plano xy es paralelo a la sección A-A.

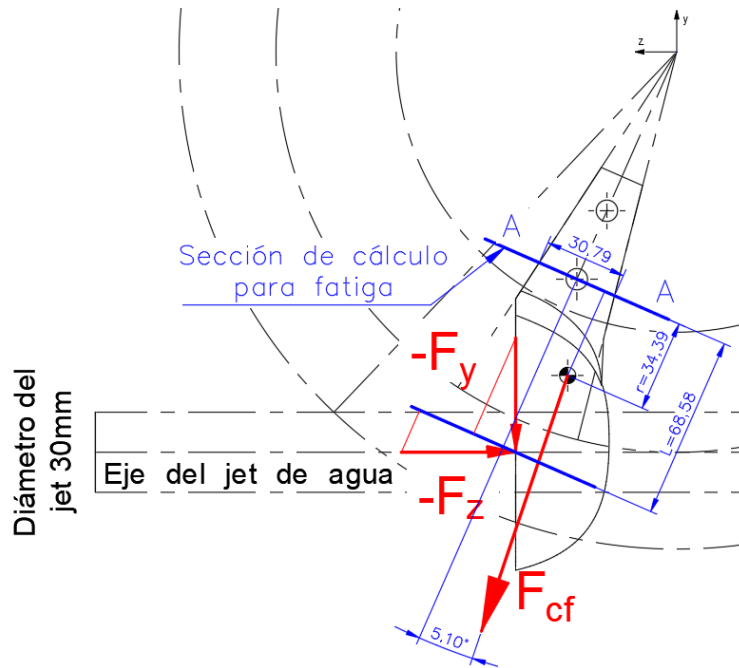


Figura 94. A-A es la sección del brazo para analizar. La misma es perpendicular al radio de la turbina. Cotas en milímetros.

Entonces, en la sección A-A existen esfuerzos medios normales y de corte debidos a la fuerza centrífuga; un esfuerzo medio de compresión en la dirección x debida al pretensado del perno y esfuerzos alternativos normales y de corte debido a la fuerza del agua.

#### 4.6.1 Tensión media

Las tensiones medias  $\sigma_m$  para la zona de la sección A-A comprende la tensión debida a la fuerza centrífuga y la tensión de compresión debida al pretensado del perno. Cada una de estas tensiones tiene sus valores máximos en distintas ubicaciones. Se sabe que las tensiones de flexión tienen sus valores máximos en el punto más alejado del eje neutro. Mientras que la tensión de compresión debida al perno tiene sus valores máximos alrededor del agujero. Esto quiere decir que a efectos del análisis no es posible considerarlas actuando juntas porque dónde una tiene su valor máximo, la otra tiene su valor mínimo. A continuación, se calculará cada una de ellas.

Según se consideró anteriormente, la fuerza centrífuga se aplica en el centro de masa de la cuchara. Desde este punto, la fuerza centrífuga genera sobre la sección A-A una tensión media normal, una tensión media de corte en el plano xy y un momento flector medio debido a esta última fuerza de corte (ver Figura 94).

El área de la sección A-A se calcula como,  $\text{área sección A - A} = (30.79\text{mm} - 11\text{mm}) * 10\text{mm} = 197,9 \text{mm}^2$ . Sobre esta sección se debe proyectar la fuerza centrífuga teniendo en cuenta que cada brazo toma la mitad de la fuerza.

#### Tensión media normal a la sección A-A:

La proyección normal sobre la sección A-A es,

$$\sigma_{m1} = \frac{\frac{F_{cf}}{2} * \cos(5.09^\circ)}{\text{sección A - A}} = \frac{\frac{1230,66 \text{ N}}{2} * \cos(5.09^\circ)}{197,9 \text{ mm}^2} = 3,10 \text{ MPa} \quad (101)$$

Ahora se suma la componente debida al momento flector, es decir,

$$\sigma_{m2} = \frac{Mc}{I} = \frac{\left(\frac{1}{2} * F_{cf} * \text{sen}(5,09^\circ) * r\right) * c}{I} \quad (102)$$

Donde  $r$  se muestra en Figura 94 y  $c$  se muestra en Figura 95. El momento de inercia  $I$  se calcula como sigue,

$$I = \frac{b}{3}(c^3 - a^3) = \frac{10\text{mm}}{3}(15,4^3 - 5,5^3) = 11619,63 \text{ mm}^4 \quad (103)$$

Y la tensión será,

$$\sigma_{m2} = \frac{Mc}{I} = \frac{\frac{1230,66\text{N}}{2} * \text{sen}(5,09^\circ) * 34,39\text{mm} * 15,4\text{mm}}{11619,63 \text{ mm}^4} = 2,49 \text{ MPa} \quad (104)$$

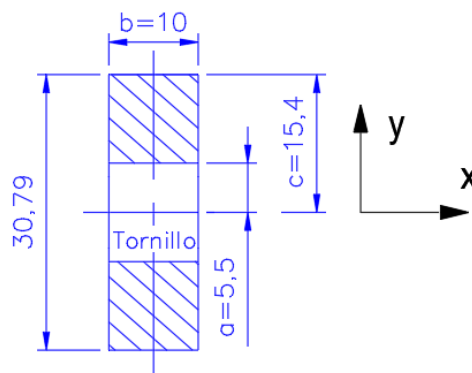


Figura 95. Sección A-A. Vista frontal.

Entonces la tensión normal máxima será la suma de las dos anteriores.

$$\sigma_{m1} + \sigma_{m2} = 3,10 \text{ MPa} + 2,49 \text{ MPa}$$

$$\sigma_m = 5,59 \text{ MPa.}$$

Con su valor máximo en el punto más alejado del eje neutro, como se observa en Figura 96.

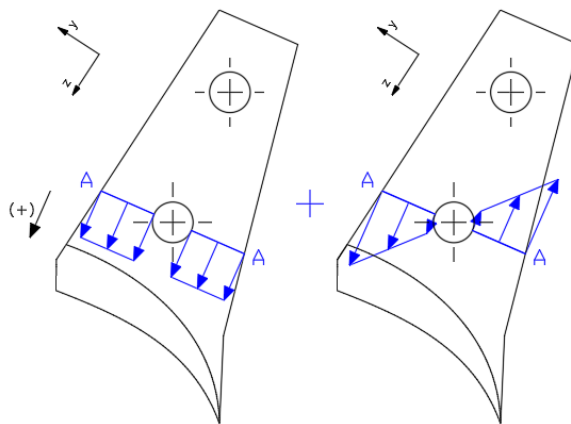
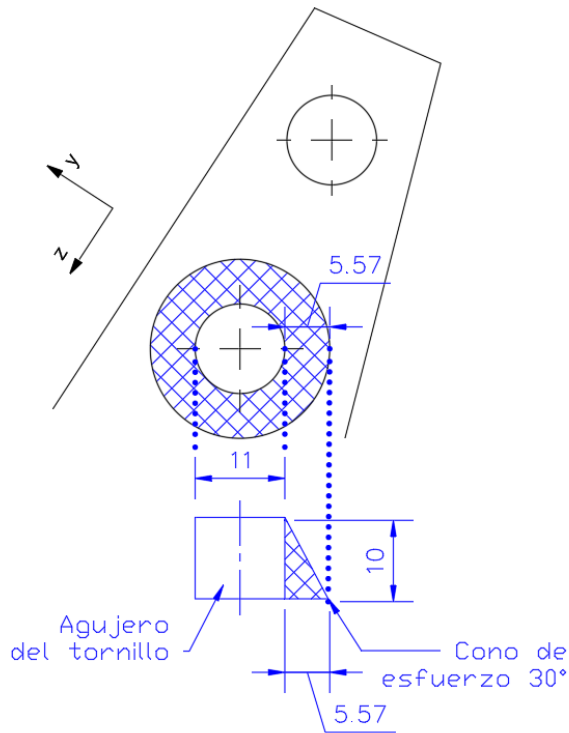


Figura 96. Tensiones medias normales en la sección A-A.

Por otro lado, la fuerza de pretensado, genera una tensión de compresión en la dirección  $x$  (mostrada en la Figura 95). Para calcularla se supone un área efectiva donde la fuerza de pretensado tiene efecto. La bibliografía sugiere considerar un cono truncado con un ángulo de  $30^\circ$  como se muestra en la Figura 97, (Norton, 2011) y (Richard G. Budynas, 2008). Con lo cual, el área a considerar es una sección anular.



El área anular es

$$0.25\pi * [(11 + 5.77)^2 - 11^2] \quad (105)$$

$$= 125,85 \text{ mm}^2$$

Lo que da una tensión media de compresión en la dirección x igual a

$$\sigma_{mx} = \frac{16600 \text{ N}}{125,85 \text{ mm}^2} \quad (106)$$

$$\sigma_{mx} = 131,91 \text{ MPa}$$

Figura 97. Cono de fuerza de pretensado.

De esta manera, el punto más comprometido será aquel que se encuentra en la circunferencia del cono de esfuerzo. En este punto actúa la tensión de compresión, la tensión normal por la fuerza centrífuga y un proporcional de la tensión por flexión. O sea que en dicho punto la tensión media es,

Tensión de compresión en  $\sigma_{mx} = 131,91 \text{ MPa}$

x:

Tensión normal a la sección A-A

$$\sigma_m = \sigma_{m1} + \sigma_{m2}$$

$$\sigma_m = 3,10 \text{ MPa} + \frac{\left(\frac{1}{2} * F_{cf} * \text{sen}(5,09^\circ) * r\right) * (5,5 \text{ mm} + 5,77 \text{ mm})}{I} =$$

$$\sigma_m = 3,10 \text{ MPa} + 1,82 \text{ MPa} = 4,92 \text{ MPa}$$

Observar que la tensión de compresión y la tensión normal son perpendiculares. La primera en dirección x y la segunda, en el plano yz.

#### Tensión media de corte:

Las tensiones de corte son máximas sobre el eje neutro, que en nuestro caso sería el centro del agujero. Suponiendo que éste fuera el caso, el valor máximo de la tensión de corte sería,

$$\tau_m = \frac{\frac{1}{2} * F_{cf} * \text{sen}(5,09^\circ)}{\text{sección A - A}} = \frac{\frac{1}{2} * 1230,66 \text{ N} * \text{sen}(5,09^\circ)}{197,9 \text{ mm}^2} = 0,28 \text{ MPa} \quad (107)$$

Observar que la tensión media de corte tiene un valor que es aproximadamente 17 veces menor que las tensiones normales y, además de esto, son nulas en los puntos más alejados del eje neutro, donde las tensiones por flexión son máximas. Por estos dos motivos, no se van a tener en cuenta en el análisis de fatiga.

#### 4.6.2 Tensión alternativa

La componente de tensión alternativa se debe al impacto del agua y se calculará a partir de la Figura 94. Se trasladan las fuerzas  $F_z$  y  $F_y$  hasta la sección A-A en una componente perpendicular y una componente paralela a la sección A-A, más el momento flector que genera cada una de estas fuerzas.

Recordar que las fuerzas del agua son  $F_y = -11.6 N$  y  $F_z = -494.9 N$  (ver Turbina en movimiento) y que la sección A-A es perpendicular al radio de la turbina.

Las proyecciones son,

Tensión alternativa normal: se proyecta  $F_z$  y  $F_y$ , en la dirección normal de la sección A-A.

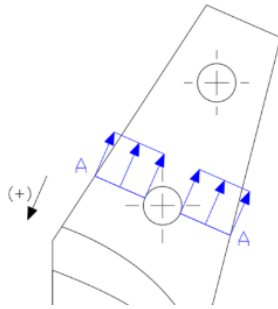


Figura 98. Distribución de tensiones normales alternativas.

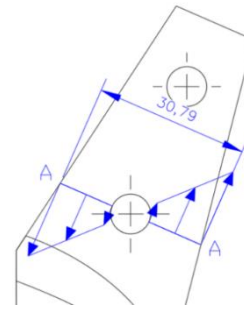


Figura 99. Distribución de tensiones normales por momento flector.

Se supone positivo al sentido radial saliente a la sección A-A,

$$\begin{aligned} & |F_y| \cos(23,7^\circ) - |F_z| \sin(23,7^\circ) \\ & 11.6 N * \cos(23,7^\circ) - 494,9 N * \sin(23,7^\circ) \end{aligned} \quad (108)$$

$$-188,30 N$$

y la tensión normal alternada será,

$$\sigma_{a1} = \frac{-188,30 N}{197,9 \text{ mm}^2} = -0,95 \text{ MPa} \quad (109)$$

A la tensión normal calculada hay que sumarle la tensión de flexión debida al momento flector de  $F_y$  y  $F_z$ . Para calcular estos dos momentos flectores se realiza un corte en el brazo de la cuchara en la sección A-A y se analizan las reacciones en esa zona. Los momentos flectores de reacción en dicha sección se calculan con las componentes de fuerza paralelas a la sección y con las ecuaciones de equilibrio.

El momento flector en la sección A-A se puede escribir como, (ver Figura 94)

$$M = [ |F_y| \sin(23,7^\circ) + |F_z| \cos(23,7^\circ) ] * L \quad (110)$$

$$M = [ 11.6 \sin(23,7^\circ) + 494,9 \cos(23,7^\circ) ] * 68,58 \text{ mm} = 31397,57 \text{ Nmm} \quad (111)$$

La tensión normal debida a este momento flector se calcula como

$$\sigma_{a2} = \frac{Mc}{I} = \frac{Mc}{\frac{b}{3}(c^3 - a^3)} \quad (112)$$

$$\sigma_{a2} = \frac{31397,57 \text{ Nmm} * \frac{30,79 \text{ mm}}{2}}{11619,63 \text{ mm}^4}$$

$$\sigma_{a2} = 41,60 \text{ MPa}$$

Finalmente, de la Figura 98 y la Figura 99, se observa que la máxima tensión normal alternante es de compresión en la parte derecha, siendo igual a,

$$\sigma_a = \sigma_{a1} + \sigma_{a2} = \frac{F_{Normal}}{\text{sección } A - A} + \frac{Mc}{I} = 0,95 \text{ MPa} + 41,60 \text{ MPa} = 42,55 \text{ MPa} \quad (113)$$

En la zona izquierda, el momento flector resta a la tensión normal sobre la sección A-A.

Tensión alternativa de corte: proyección en dirección paralela a la sección A-A

$$\begin{aligned} |F_z| \cos(23,7^\circ) + |F_y| \sin(23,7^\circ) &= 494,9 \text{ N} * \cos(23,7^\circ) + 11,6 * \sin(23,7^\circ) \\ &= 457,82 \text{ N} \end{aligned} \quad (114)$$

La tensión de corte alternativa es entonces,

$$\tau_A = \frac{F_{paralela}}{\text{sección } A - A} = \frac{457,82 \text{ N}}{227,9 \text{ mm}^2} = 2,01 \text{ MPa} \quad (115)$$

Nuevamente, el valor obtenido es el máximo para el eje neutro. Sin embargo, será nulo en los puntos más alejados del eje neutro. Por lo tanto, esta tensión tampoco será tenida en cuenta para el cálculo de fatiga.

#### 4.6.3 Factor de concentración de esfuerzos dinámico $k_f$ y $k_{fs}$

El procedimiento consiste en determinar primero la concentración de esfuerzos teórica  $k_t$  para la geometría y carga en particular, luego se establece la sensibilidad a la muesca  $q$  adecuada para el material seleccionado, y se emplea la ecuación  $k_f = 1 + q(k_t - 1)$  para obtener el factor de concentración de esfuerzos dinámico,  $k_f$ .

La concentración de esfuerzos teórica para un orificio sujeto a tensión axial es  $k_t = 2,7$  (ver Figura 111).

La sensibilidad a la muesca  $q$  se puede definir a partir de la fórmula de Kuhn-Hardrath en términos de la constante de Neuber "a" y del radio  $r$  de la muesca, como  $q = \frac{1}{1 + \frac{a}{\sqrt{r}}}$ , ambos expresados en pulgadas.

En nuestro caso, la muesca es el agujero de 11 mm de diámetro o 5,5 mm ( $r = 0,217 \text{ in}$ ) de radio. Mientras que la constante de Neuber es  $\sqrt{a} = 0.0106$  (ver ANEXO VII. Cálculo de la constante de Neuber).

La sensibilidad a la muesca queda como,

$$q = \frac{1}{1 + \frac{0.0106}{\sqrt{0.217}}} = 0,98 \quad (116)$$

Luego, el factor de concentración de esfuerzos dinámico es  $k_f = 1 + 0,98(2,7 - 1) = 2,66$ , y la tensión alternativa queda como  $\sigma_a' = k_f \sigma_a = 2,66 * 42,55 \text{ MPa} = 113,28 \text{ MPa}$ .

La componente media del esfuerzo  $\sigma_m$  se trata de manera diferente. Si el material es dúctil, Dowling sugiere uno de los tres procedimientos de Juvinall dependiendo de la relación de los esfuerzos locales máximos con la resistencia a la fluencia del material dúctil (Norton, 2011). En nuestro caso, como  $\sigma_{medio\ max} < S_y$  no ocurrirá la fluencia y el valor total de  $k_f$

se usa como  $k_{fm}$  para las tensiones medias. Entonces las tensiones medias corregidas quedan como,

- Tensión media normal a la sección A-A:  $\sigma'_m = k_f \sigma_m = 2,66 * 4,92 MPa = 13,09 MPa$
- Tensión media en dirección x:  $\sigma'_{mx} = k_f \sigma_{mx} = 2,66 * 131,81 MPa = 350,90 MPa$

#### 4.6.4 Tensión reducida de Von Mises

Ahora se calculan los esfuerzos efectivos de Von Mises para las componentes alternativa y media del esfuerzo aplicado en cargas de esfuerzo multiaxial simple. Las ecuaciones a utilizar son,

$$\sigma'_a = \sqrt{\frac{(\sigma_{xa} - \sigma_{ya})^2 + (\sigma_{ya} - \sigma_{za})^2 + (\sigma_{za} - \sigma_{xa})^2 + 6(\tau_{xya}^2 + \tau_{yza}^2 + \tau_{zxa}^2)}{2}} \quad (117)$$

$$\sigma'_m = \sqrt{\frac{(\sigma_{xm} - \sigma_{ym})^2 + (\sigma_{ym} - \sigma_{zm})^2 + (\sigma_{zm} - \sigma_{xm})^2 + 6(\tau_{xym}^2 + \tau_{yzm}^2 + \tau_{zxm}^2)}{2}} \quad (118)$$

Donde, de estas dos ecuaciones todos los esfuerzos de corte se despreciaron y solo tienen esfuerzos normales. Es decir, la tensión alternativa es,

$$\sigma'_a = \sqrt{\frac{(\sigma_{xa} - \sigma_{ya})^2 + (\sigma_{ya} - \sigma_{za})^2 + (\sigma_{za} - \sigma_{xa})^2}{2}} \quad (119)$$

$$\begin{aligned} \sigma'_a &= \sqrt{\frac{(0 - 0)^2 + (0 - 113,28 MPa)^2 + (97,57 MPa - 0)^2}{2}} = \sqrt{(113,28)^2} \\ &= 113,28 MPa \end{aligned} \quad (120)$$

Y la tensión media es,

$$\sigma'_m = \sqrt{\frac{(\sigma_{xm} - \sigma_{ym})^2 + (\sigma_{ym} - \sigma_{zm})^2 + (\sigma_{zm} - \sigma_{xm})^2}{2}} \quad (121)$$

$$\sigma'_m = \sqrt{\frac{(0 - 13,09)^2 + (13,09 - 350,90)^2 + (350,90 - 0)^2}{2}} = 344,54 MPa \quad (122)$$

Los valores de Von Mises se pueden graficar en el diagrama de Goodman y luego se calcula el factor de seguridad.



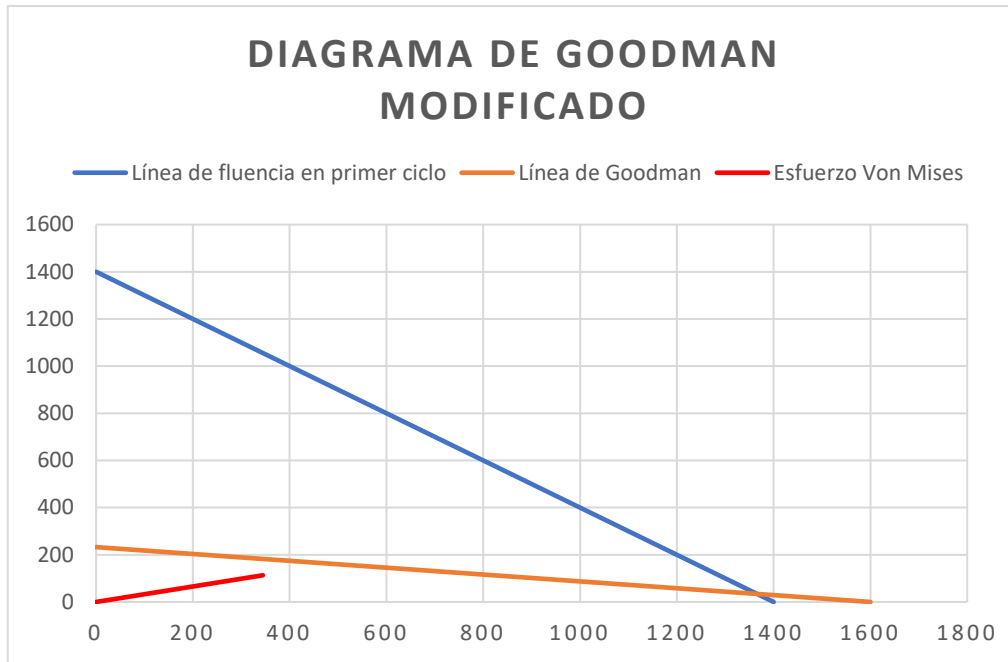


Figura 100. Diagrama de Goodman y componentes de Von Mises. La región segura está delimitada superiormente por la línea de Goodman y la línea de fluencia en primer ciclo.

El factor de seguridad de cualquier estado de esfuerzos variables depende de la manera en que las componentes media y alternativa varían entre sí durante el servicio. Hay cuatro casos posibles a considerar (Norton, 2011), pero el que aplica al presente análisis es aquel en el que ambas componentes de esfuerzos alternativo y medio se incrementan en condiciones de servicio manteniendo constante su proporción. Este sería el caso en el que el incremento de tensiones es debido a un aumento de la altura neta. A continuación, se muestra la situación a plantear.

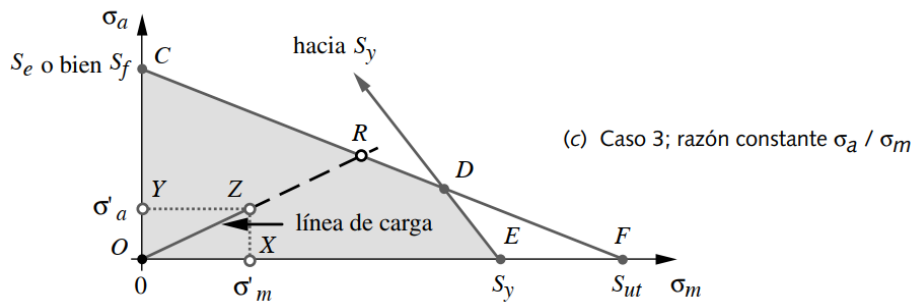


Figura 101. Caso de análisis para el cálculo de factor de seguridad. Fuente: (Norton, 2011)

Según la figura anterior, el factor de seguridad se calcula como,

$$N_f = \frac{S_f S_{ut}}{\sigma'_a S_{ut} + \sigma'_m S_f} = \frac{232,6 \text{ MPa} * 1600 \text{ MPa}}{113,28 \text{ MPa} * 1600 \text{ MPa} + 350,9 \text{ MPa} * 232,6 \text{ MPa}} = 1,42 \quad (123)$$

#### 4.6.5 Resultados de la simulación de fatiga

Las simulaciones de fatiga en el software utilizado arrojan tres tipos de resultados dependiendo de si se realizan combinaciones de carga o no. En todos los casos es capaz de calcular el grado de daño causado sobre el modelo utilizando la regla de Miner y, para ello, se debe cargar la curva de Whöler del material utilizado. Si solamente se simula una carga, el programa puede calcular la vida esperada para cada punto del modelo y el factor de

seguridad (valor que, multiplicado por las cargas, causaría la falla por fatiga para el número de ciclos pretendido por el usuario).

En este caso, se realiza una combinación de dos eventos, una para la fuerza centrífuga y otra para el impacto del agua, por lo tanto, el único resultado que arroja la simulación es el daño acumulado sobre el modelo según los eventos introducidos. El daño acumulado lo representa a través de un porcentaje, siendo 100% la falla por fatiga; mientras que valores inferiores indican el porcentaje de la vida consumida.

Para realizar la simulación de fatiga de la cuchara, el programa requirió realizar simulaciones estáticas independientes, una para la fuerza centrífuga y otra para el impacto del agua. Luego, para simular los efectos de la fatiga, los resultados de cada una de las simulaciones estáticas se combinan de manera tal que sea posible indicarle al programa que los efectos de la fuerza centrífuga son constantes, y los efectos del agua son alternantes en el tiempo.

Además, para que el programa tenga los datos necesarios para el cálculo, se introdujo como dato la curva de Whöler presentada en el paper de referencia (B. Zettl, 2007). A partir de esta curva el programa puede calcular el daño acumulado para aquellas tensiones que superen el límite de fatiga.

Por último, y en función de lo dicho, al realizar la simulación con el programa, el mismo arroja una advertencia donde menciona que no existen tensiones por encima del límite de fatiga o por encima de la curva S-N del material, y que, por lo tanto, no es capaz de calcular el daño acumulado.

Por todo lo descrito anteriormente y en función de las capacidades del simulador, se concluye que la cuchara verifica bajo las condiciones de diseño planteadas y no se presenta la falla por fatiga.

## 5 CONCLUSIONES

En este PIP se diseñó el álabe de una microturbina Pelton a partir de los parámetros sugeridos por la bibliografía existente y a partir de consultas realizadas a fabricantes locales de este tipo de turbinas. Se propusieron dos diseños de álabes típicos basados en la bibliografía disponible y se utilizó el software CAD para el modelado 3d y la verificación de su aptitud ante las solicitudes mecánicas del caso. El diseño final del álabe cuenta con dos brazos para realizar la sujeción del álabe al disco mediante pernos de igual diámetro. Se analizó la posibilidad de cambiar el diseño de dos brazos por otro que tuviera un solo brazo. Si bien era probable que esta alternativa presentara una mejor distribución de las tensiones en el cuerpo de la cuchara, se descartó tal diseño porque requería sujetar la cuchara por uno de los lados o recurrir a la utilización de un doble disco, lo cual aumentaría los costos de la turbina. Por lo tanto, en función de lo expuesto se decidió que el diseño de doble brazo era el más apropiado para esta aplicación.

En cuanto al diseño de las sujeciones de la cuchara mediante pernos se puede mencionar que, de las opciones investigadas y analizadas, la utilización de los pernos era la solución más simple para el tamaño de turbina proyectada. Algunas de las ventajas que tiene este método de sujeción es que permite tener cucharas y pernos de repuesto en caso de la rotura o desgaste prematuro de alguna de ellas y, además, permiten un armado rápido y sencillo del rodete. Existen otros tipos de sujeciones, por ejemplo, con trabas mecánicas o mediante el maquinado del rotor completo, pero estas alternativas son apropiadas para turbinas que desarrollan potencias muy superiores a las pretendidas aquí. Por estos motivos es que la utilización de 2 pernos y un par de brazos era la solución más simple para el tamaño de álabe proyectado.

También se realizó una investigación y selección de materiales para determinar cuáles serían los más apropiados para esta aplicación. Se encontró que existen dos grupos de materiales con buen potencial para cubrir los requerimientos y solicitudes mecánicas de las turbinas Pelton. Uno es el grupo de las aleaciones de cobre y el otro pertenece a la familia de los aceros inoxidable. A partir de la investigación y consultas realizadas a fabricantes locales de turbinas, se concluyó que las aleaciones de cobre no presentaban los niveles de dureza requeridos para soportar el desgaste producido por la mala calidad del agua habitual en las micro centrales hidroeléctricas. Finalmente se decidió que el material más apropiado para esta aplicación es un acero inoxidable martensítico AISI 420 que presenta valores muy altos de tensión de fluencia, rotura y dureza, pero a costa de un tratamiento térmico. Una ventaja que presenta este material y que favoreció la decisión de fabricar la cuchara mediante el mecanizado con fresa CNC, es que se comercializa en formato de barras en estado normalizado con reducidas propiedades mecánicas, y esto, lo convierte en un material de fácil mecanizado. Es por ello que se decidió utilizar como materia prima el acero inoxidable martensítico AISI 420 en su formato comercial de barra redonda maciza y fabricar las cucharas mediante el mecanizado en fresadora CNC de 4 o 5 ejes de ser posible, para luego realizar el tratamiento térmico. Relacionado al método de fabricación, se mencionó que el método de mecanizado en fresa CNC presenta varias ventajas sobre el método de la fundición. En términos generales, dichas ventajas están relacionadas principalmente con el control dimensional y con la calidad de terminación superficial que se logra, factores que son muy importantes para obtener altos rendimientos del álabe. Por ello, se decidió que el fresado en CNC era la mejor opción para fabricar las cucharas. En cuanto a la performance del tratamiento térmico se debe examinar la pieza tratada para corroborar que no haya sufrido ninguna distorsión a causa del templeado y ajustar el tratamiento de ser necesario.

Cómo se mostró en los resultados de las simulaciones, las tensiones obtenidas son bajas en comparación con la tensión de fluencia. Esto es consecuencia de que la selección del material se orientó hacia materiales que presenten altos valores de dureza, y como es

sabido, altos valores de dureza se corresponden con altos valores de tensión de fluencia. Con este material se espera disminuir la velocidad del desgaste y prolongar la vida útil de la cuchara.

En forma paralela a la búsqueda de materiales se seleccionaron acerías, proveedores de materiales y empresas que ofrecen servicios de mecanizado donde podría comprarse el material y fabricarse los álabes. En este punto se encontraron dificultades para la obtención de presupuestos en lo que refiere a la fundición de las cucharas y el costo del mecanizado de las mismas, ya que todas las empresas consultadas solicitaban el modelo 3d que, para ese momento, no se encontraba finalizado. Por este motivo, y por la falta de disponibilidad de tiempo para tener reuniones con los fabricantes y proveedores, no se pudo incluir información acerca de los costos de la fabricación de las cucharas mediante la fundición y el mecanizado. En cambio, sí se pudieron averiguar los costos de algunas materias primas para fabricar las cucharas mediante el fresado. Se encontró que los aceros inoxidable austeníticos son más caros que el acero martensítico seleccionado, motivo que también ayudó a seleccionar este último.

En lo que respecta a la simulación de fatiga, se encontró que el módulo que cuenta el software es un poco acotado en sus capacidades de cálculo. Se podría haber exportado el modelo 3d a otro programa de cálculo que maneje mejor este tema, pero esto requería aprender a utilizar otro software y por cuestiones de escasez de tiempo no se realizó. Sin embargo, se considera que los cálculos realizados utilizando la teoría presentada en los distintos libros de diseño de elementos de máquinas, son suficientes para asegurar que el álabe no falla por fatiga dentro de la vida útil esperada de la turbina.

Finalmente, el trabajo desarrollado permitió conglomerar los principales conocimientos de la carrera de Ingeniería Mecánica en un solo cuerpo teórico/práctico que intentó dar solución a un problema real. Se utilizaron conceptos de resistencia de los materiales, mecánica de los fluidos, elementos de máquinas, tecnología de fabricación y métodos de mecanizado, propiedades mecánicas y tratamientos térmicos de distintos materiales.

## 6 REFERENCIAS

- Copper Development Association Inc. (1994). *COPPER CASTING ALLOYS*. New York.
- 4C, A. (s.f.). <http://www.acerias4c.com.ar/es/>.
- Abul S.R.L. (s.f.). Obtenido de <https://www.abul.com.ar/inoxidables-tornillos-din-7984.php>
- ARGENMETAL. (s.f.). <https://www.argenmetal.com/>.
- ASM International, T. M. (1991). *Heat Treating* (Vol. 4).
- B. Zettl, S. S.-T. (2007). Crack initiation mechanisms and fatigue lifetime of AISI 420 steel under constant and variable amplitude loading. *VHCF-4 Fourth International Conference on Very High Cycle Fatigue*.
- Berisso, A. (s.f.). <http://www.aceriasberisso.com.ar>.
- Eisenring, M. (1991). *Micro Pelton Turbines*. Niederuzwil, Switzerland: Niedermann AG.
- Famiq. (s.f.). <https://www.famiq.com.ar/>.
- FUNDI SERBER S.R.L. (s.f.). <http://www.fundiserbersrl.com.ar/>.
- ITASA. (s.f.). <https://acerositasa.com.ar/contacto.html>.
- Marin, J. (1962). *Mechanical Behavior of Engineering Materials*. Englewood Cliffs: Prentice Hall.
- Mataix, C. (1986). *Mecánica de Fluidos y Maquinas Hidráulicas* (Segunda Edición ed.). Madrid, España: Ediciones del Castillo.
- Megafund SA. (s.f.). <https://www.megafund.com.ar/>.
- Metalúrgia Victor. (s.f.). <https://www.metalurgicavictor.com.ar/>.
- Norton, R. L. (2011). *DISEÑO DE MÁQUINAS. Un enfoque integrado*. México: Pearson Educación.
- Richard G. Budynas, J. K. (2008). *Diseño en ingeniería mecánica de Shigley*. México, D.F.: MCGRAW-HILL/INTERAMERICANA EDITORES.
- Schnitzer, V. (2009). *Micro Hydro Power*. Bammental, Germany.
- TICNC. (s.f.). <https://www.ti-cnc.com.ar/>.
- TORMEC. (s.f.). <https://tormec.com.ar/>.
- Zhang, Z. (2016). *Pelton Turbines*. Zurich, Switzerland: Springer-Verlag.

## 7 ANEXO I. NIVELES DE MALLADO PARA EL ANÁLISIS DE CONVERGENCIA

A continuación, se muestran las imágenes de los design point del 1 al 6 el estudio paramétrico del apartado 4.4.1.2.

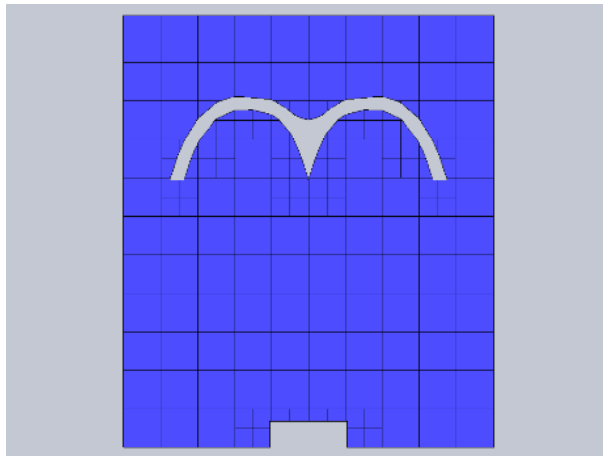


Figura 102. Design Point 1

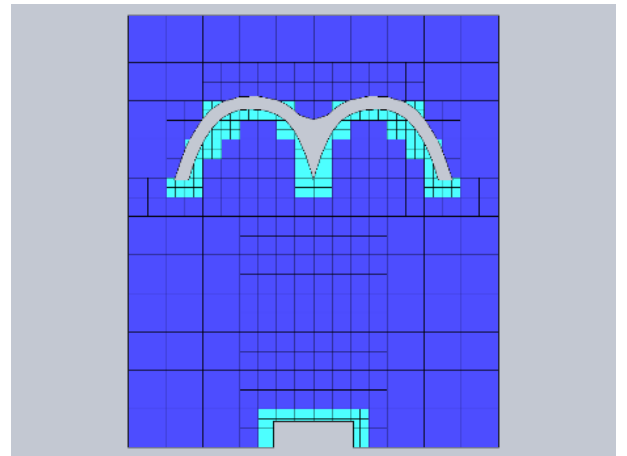


Figura 103. Design Point 2

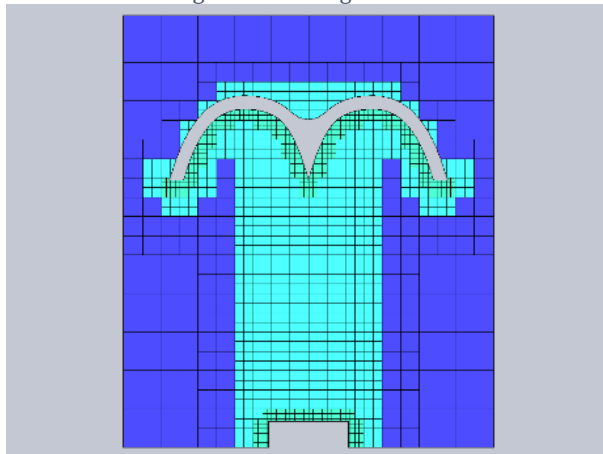


Figura 104. Design Point 3.

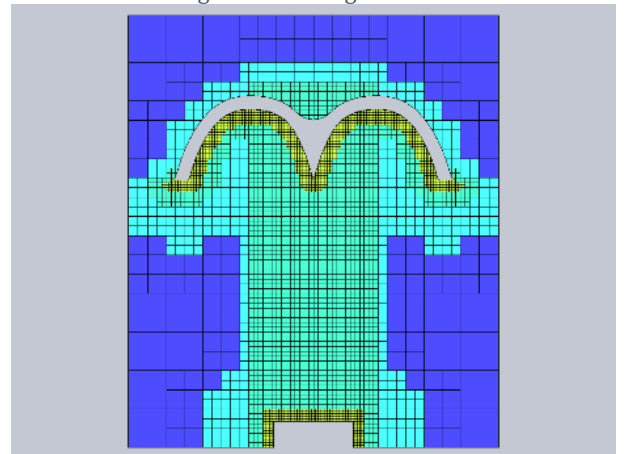


Figura 105. Design Point 4.

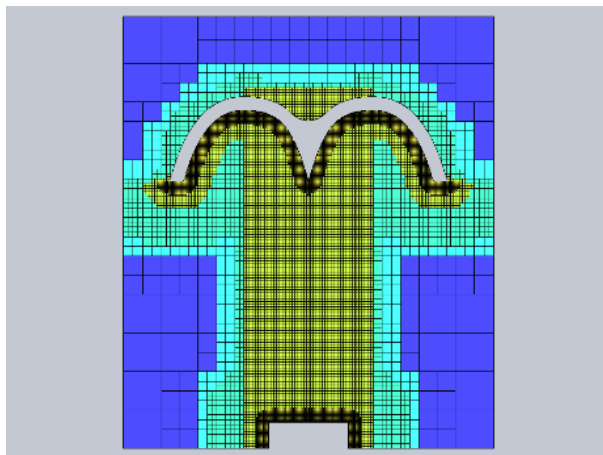


Figura 106. Design Point 5.

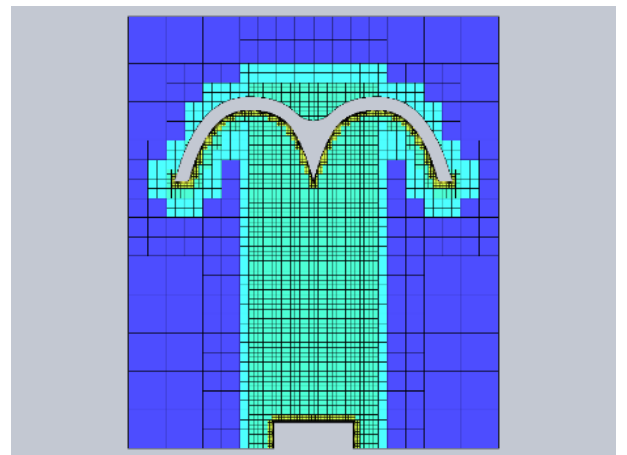


Figura 107. Design Point 6.

## 8 ANEXO II. FACTOR DE TAMAÑO

El factor de tamaño se calcula de la siguiente manera:

$$\begin{cases} \text{para } d \leq 8 \text{ mm} \rightarrow C_{\text{tamaño}} = 1 \\ \text{para } 8 \text{ mm} \leq d \leq 250 \text{ mm} \rightarrow C_{\text{tamaño}} = 1.189d^{-0.097} \end{cases}$$

Donde  $d$  es un diámetro equivalente que resulta de igualar el área de una pieza cilíndrica que posee tensiones mayores el 95% de la máxima tensión, con el área de iguales características, pero de una pieza no cilíndrica. El diámetro equivalente es entonces,

$$d = \sqrt{\frac{A_{95}}{0.0766}}$$

Para una sección rectangular el área que posee tensiones mayores al 95% es,  $A_{95} = 0.05bh$ .

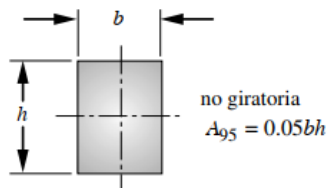


Figura 108. "Fórmulas de áreas sometidas al 95% de esfuerzo de varias secciones cargadas a la flexión". (Norton, 2011)

De la  $b = 10 \text{ mm}$  y  $h = 30,79 \text{ mm}$ , entonces el diámetro equivalente es  $d = 14,2 \text{ mm}$  y el factor de tamaño es  $C_{\text{tamaño}} = 0,92$ .

## 9 ANEXO III. FACTOR DE SUPERFICIE

“La muestra de viga giratoria se pule al espejo para excluir las imperfecciones superficiales que actúen como incrementadores de esfuerzo. Por lo general, no es práctico dar un acabado costoso como éste a una pieza real. Los acabados rugosos disminuyen la resistencia a la fatiga debido a la introducción de concentraciones de esfuerzos y/o por la alteración de las propiedades físicas de la capa superficial.” Fuente: (Norton, 2011).

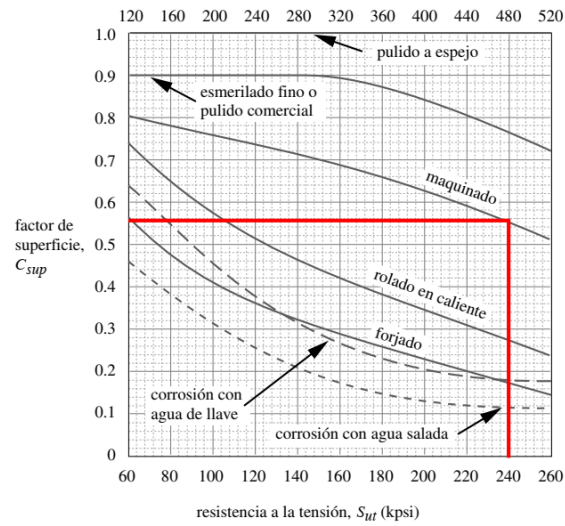


FIGURA 4-26

Factores de superficie para varios acabados en acero (de la fig. 12.6, p. 234, R. C. Juvinall, *Stress, Strain, and Strength*, McGraw-Hill, Nueva York, con autorización)

Figura 109. Factor de superficie para fatiga. (Norton, 2011).



## 10 ANEXO IV. FACTOR DE TEMPERATURA

*“Las pruebas de fatiga se hacen en general a temperatura ambiente. La dureza a la fractura disminuye a bajas temperaturas y se incrementa con temperaturas moderadamente altas (hasta 350 °C aproximadamente). Sin embargo, la articulación de rodilla del límite de resistencia a la fatiga, de la gráfica S-N, desaparece a altas temperaturas, lo cual hace que la resistencia a la fatiga continúe declinando con el número de ciclos, N. Asimismo, la resistencia a la fluencia declina continuamente con temperaturas por arriba de la temperatura ambiente y, en algunos casos, esto puede causar la fluencia antes que la falla por fatiga. A temperaturas arriba del 50% aproximadamente de la temperatura absoluta de fusión del material, la termofluencia se convierte en un factor determinante y el procedimiento esfuerzo-vida deja de ser válido. El procedimiento deformación-vida toma en cuenta la combinación de la termofluencia y la fatiga a altas temperaturas, por lo que se debería utilizar en dichas situaciones. Se han propuesto varias fórmulas de aproximación para considerar la reducción de límite de resistencia a la fatiga a temperaturas moderadamente altas. Se define entonces un factor de temperatura  $C_{temp}$ . Shigley y Mitchell sugieren el siguiente:”*

$$\text{para } T \leq 450 \text{ °C (840 °F): } C_{temp} = 1$$

$$\text{para } 450 \text{ °C} < T \leq 550 \text{ °C: } C_{temp} = 1 - 0.0058(T - 450)$$

$$\text{para } 840 \text{ °F} < T \leq 1\,020 \text{ °F: } C_{temp} = 1 - 0.0032(T - 840)$$

Fuente: (Norton, 2011).

Se adopta un factor de temperatura igual a  $C_{temp} = 1$ .

## 11 ANEXO V. FACTOR DE CONFIABILIDAD

“Muchos de los datos de resistencia reportados son valores medios. Hay una gran dispersión en múltiples pruebas del mismo material bajo las mismas condiciones de prueba. Haugen y Wirsching informan que las desviaciones estándar de resistencias físicas de los aceros rara vez exceden el 8% de sus valores promedio. La tabla 4-4 indica factores de confiabilidad de una supuesta desviación estándar del 8%. Observe que la confiabilidad del 50% tiene un factor de 1 y el factor se reduce conforme se elige una mayor confiabilidad.”

“Los valores de la tabla 4-4 proporcionan factores de reducción de resistencia  $C_{conf}$  para los niveles de confiabilidad seleccionados.”

**Tabla 4-4**

Factores de confiabilidad  
para  $S_d = 0.08 \mu$

% de confiabilidad	$C_{conf}$
50	1.000
90	0.897
95	0.868
99	0.814
99.9	0.753
99.99	0.702
99.999	0.659
99.9999	0.620

Figura 110. Factor de confiabilidad. Fuente: (Norton, 2011).

Fuente: (Norton, 2011).

Se adopta un factor de confiabilidad de  $C_{conf} = 0.753$  para una confiabilidad del 99,9%.

## 12 ANEXO VI. CONCENTRACIÓN DE ESFUERZOS TEÓRICO

El factor de esfuerzos teóricos se calcula para la relación diámetro-ancho de chapa. Para la relación  $\frac{d}{W} = \frac{11 \text{ mm}}{10 \text{ mm}} = 0.1$ , el factor de esfuerzo teórico es  $k_t = 2.7$

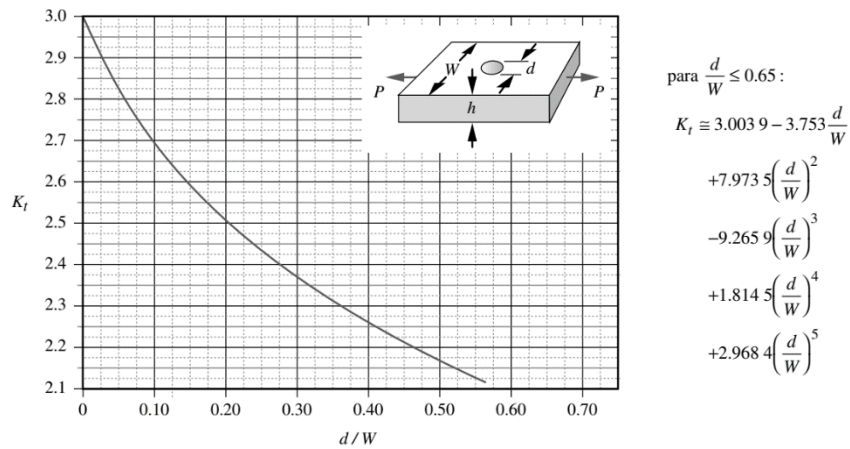


FIGURA G-13

Factor geométrico de concentración de esfuerzos  $K_t$  para una barra plana con orificio transversal en tensión axial

Figura 111. Factor geométrico de concentración de esfuerzos.

### 13 ANEXO VII. CÁLCULO DE LA CONSTANTE DE NEUBER

Se interpola con los valores de la tabla 4-6 para calcular la constante de Neuber para la tensión de rotura de nuestro material (1600 MPa o 232 kpsi) y nos da un valor de  $\sqrt{a} = -0,0002 * 232\text{kpsi} + 0,057 = 0,0106 \text{ in}^{0.5}$ .

**Tabla 4-6**  
Constante de Neuber para aceros

$S_{ut}$ (kspi)	$\sqrt{a}$ (in <sup>0.5</sup> )
50	0.130
55	0.118
60	0.108
70	0.093
80	0.080
90	0.070
100	0.062
110	0.055
120	0.049
130	0.044
140	0.039
160	0.031
180	0.024
200	0.018
220	0.013
240	0.009

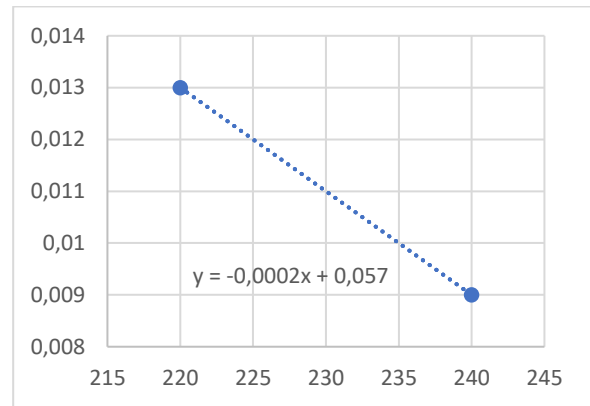


Figura 113. Interpolación lineal para la constante de Neuber.

Figura 112. Constantes de Neuber para aceros. (Norton, 2011).



# 14 ANEXO VIII. CUCHARA RANGO SUPERIOR



Cuchara Turbina  
Pelton - Rango supe

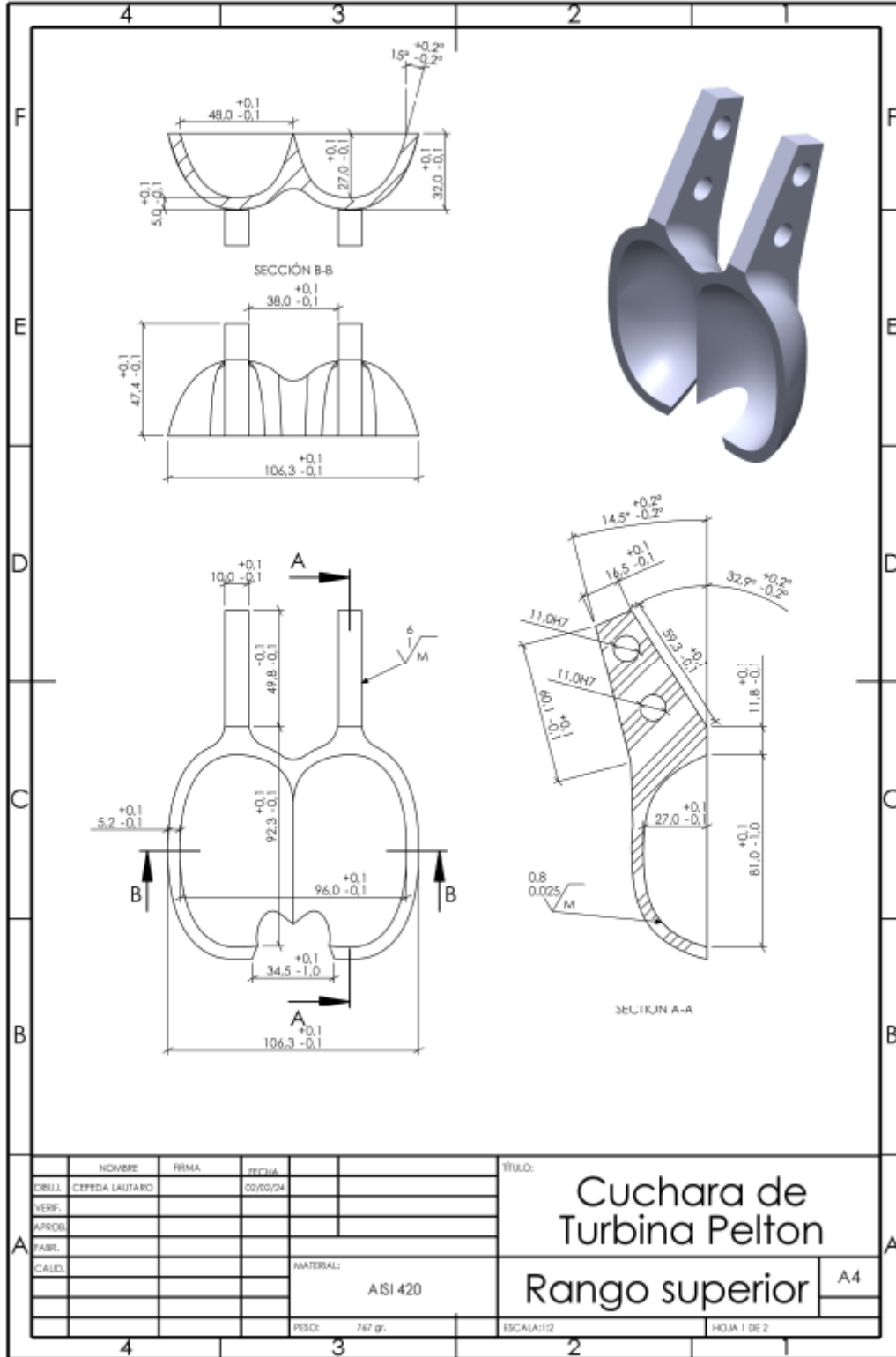


Figura 114. Plano mecánico de la cuchara de Turbina Pelton. (a)

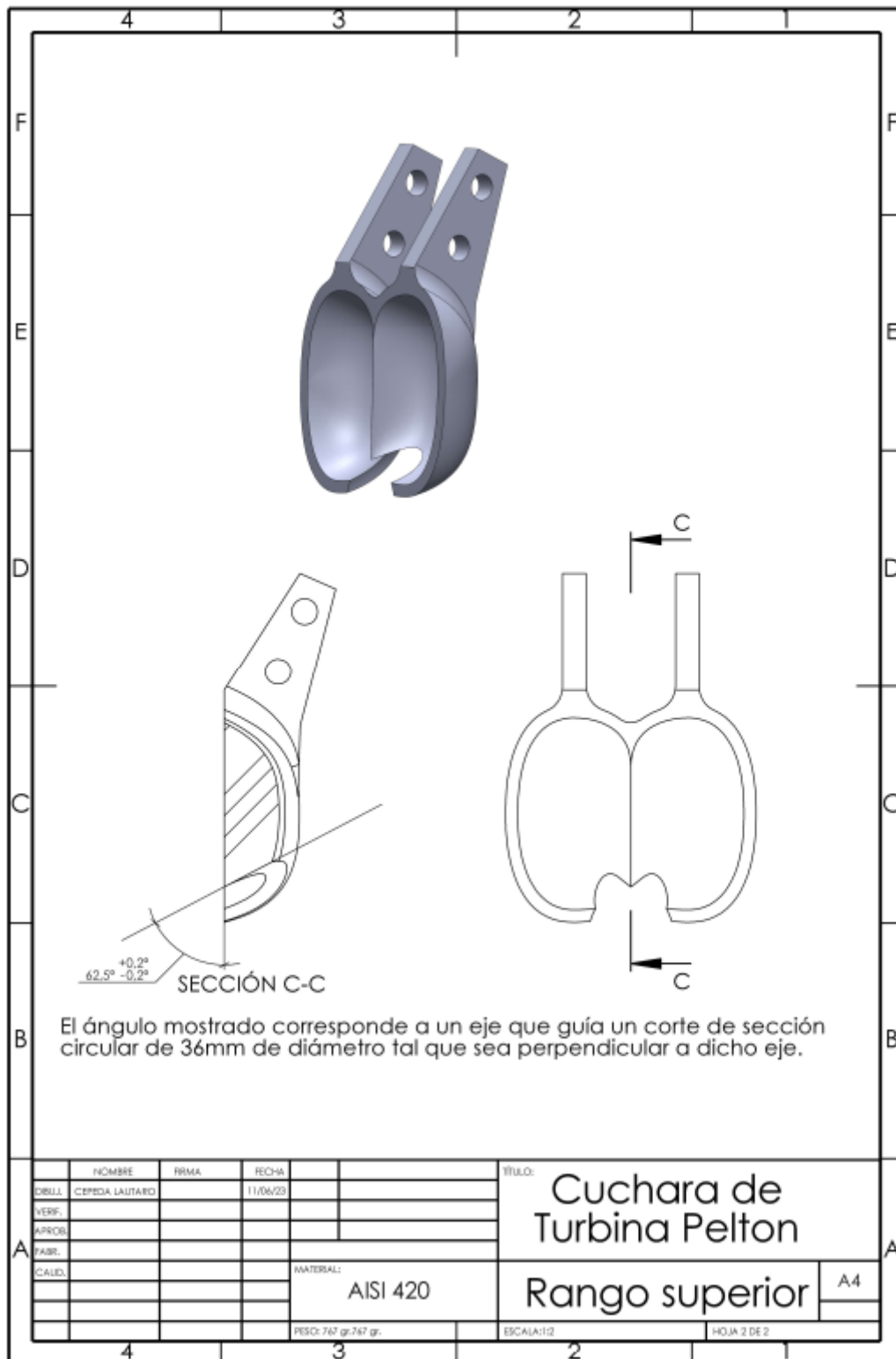


Figura 115. Plano mecánico de la cuchara de Turbina Pelton. (a)